



# Vers une nouvelle technique de contrôle passif du bruit : absorbeur dynamique non linéaire et pompage énergétique

Romain Bellet

## ► To cite this version:

Romain Bellet. Vers une nouvelle technique de contrôle passif du bruit : absorbeur dynamique non linéaire et pompage énergétique. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2010. Français. NNT: . tel-00544719

**HAL Id: tel-00544719**

**<https://theses.hal.science/tel-00544719>**

Submitted on 9 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE PROVENCE (AIX-MARSEILLE I)

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ AIX-MARSEILLE I

*Discipline : ACOUSTIQUE*

présentée et soutenue publiquement

par

**Romain Bellet**

le 19 octobre 2010

---

**VERS UNE NOUVELLE TECHNIQUE DE  
CONTRÔLE PASSIF DU BRUIT : ABSORBEUR  
DYNAMIQUE NON LINÉAIRE ET POMPAGE  
ÉNERGÉTIQUE**

---

**Directeur et Codirecteur de thèse :**  
Bruno COCHELIN et Pierre-Olivier MATTEI

---

**Jury**

Président	Mr Claude-Henri LAMARQUE	Professeur, ENTPE Lyon
Rapporteurs	Mr Bertrand DUBUS Mr Gaëtan KERSCHEN	Directeur de recherche, IEMN Lille Professeur, Université de Liège
Examineurs	Mr Ulf KRISTIANSEN Mr Alain POCHÉAU Mr Bruno COCHELIN Mr Pierre-Olivier MATTEI	Professeur, Norwegian Institute of Technology Professeur, Université de Provence - IRPHE Professeur, Centrale Marseille - LMA Chargé de recherche HDR, LMA
Invités	Mr Zoran DIMITRIJEVIC Mr Philippe HERZOG	Ingénieur PSA Directeur de recherche, LMA



UNIVERSITE DE PROVENCE (AIX-MARSEILLE I)

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ AIX-MARSEILLE I

*Discipline : ACOUSTIQUE*

présentée et soutenue publiquement

par

**Romain Bellet**

le 19 octobre 2010

---

**VERS UNE NOUVELLE TECHNIQUE DE  
CONTRÔLE PASSIF DU BRUIT : ABSORBEUR  
DYNAMIQUE NON LINÉAIRE ET POMPAGE  
ÉNERGÉTIQUE**

---

**Directeur et Codirecteur de thèse :**  
Bruno COCHELIN et Pierre-Olivier MATTEI

---

**Jury**

Président	Mr Claude-Henri LAMARQUE	Professeur, ENTPE Lyon
Rapporteurs	Mr Bertrand DUBUS Mr Gaëtan KERSCHEN	Directeur de recherche, IEMN Lille Professeur, Université de Liège
Examineurs	Mr Ulf KRISTIANSEN Mr Alain POCHÉAU Mr Bruno COCHELIN Mr Pierre-Olivier MATTEI	Professeur, Norwegian Institute of Technology Professeur, Université de Provence - IRPHE Professeur, Centrale Marseille - LMA Chargé de recherche HDR, LMA
Invités	Mr Zoran DIMITRIJEVIC Mr Philippe HERZOG	Ingénieur PSA Directeur de recherche, LMA



## Les devises Shadok



IL VAUT MIEUX POMPER MÊME S'IL NE SE PASSE  
RIEN QUE RISQUER QU'IL SE PASSE QUELQUE CHOSE  
DE PIÈRE EN NE POMPANT PAS.



# Remerciements

Marquant la fin d'une longue aventure très personnelle mais loin d'être solitaire, je tiens ainsi à remercier ici les nombreuses personnes qui m'ont aidé à leur manière à l'accomplissement de ce travail.

Merci tout d'abord à Bertrand Dubus et Gaëtan Kerschen d'avoir si rapidement accepté d'être rapporteurs de ma thèse et à Claude-Henri Lamarque d'avoir accepté de présider mon jury. Merci aussi à Ulf Kristiansen, Alain Pocheau et Zoran Dimitrijevic d'avoir bien voulu faire partie de mon jury.

Je remercie sincèrement mon directeur de thèse Bruno Cochelin de m'avoir permis de travailler avec lui sur ce sujet si motivant. Merci de m'avoir laissé mener cette thèse avec autant de liberté, j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec toi. Merci à mes encadrants Pierre-Olivier Mattei et Philippe Herzog pour leur disponibilité sans faille, leur curiosité et pour les longues discussions, scientifiques ou non. Merci enfin à Sergio Bellizzi qui, sans faire partie de mes encadrants, a toujours été particulièrement intéressé par mes travaux et avec qui j'ai pu être le plus échangé.

J'ai eu la chance de pouvoir effectuer deux séjours dans d'autres laboratoires afin d'apprendre des techniques dont nous n'étions pas spécialistes au LMA. Je remercie donc Gaëtan Kerschen et ses doctorants Régis Viguié et Maxime Peeters de m'avoir si bien accueilli à Liège et Claude-Henri Lamarque, Stéphane Pernot et Emmanuel Gourdon d'avoir fait de même à Lyon.

Merci à Zoran Dimitrijevic de m'avoir permis d'effectuer, à la fin de ma thèse, ce contrat portant sur une application industrielle de mes travaux, pour sa gentillesse et pour l'intérêt global porté à ce travail. Merci surtout de m'avoir proposé un post-doc. Même si celui-ci ne se fera pas avec moi, j'espère que le projet pourra aboutir à d'importants résultats.

Que se soit pour la mise en place d'expériences, la fabrication de pièces ou la résolution de problèmes informatiques, je tiens à remercier les techniciens et ingénieurs Frédéric Derivaux, Stéphan Devic, Stéphane Lejeunes, Frédéric Mazerolle et Cédric Pinhède pour leur précieuse aide, leur disponibilité et leur enthousiasme.

Merci à mes compagnons de bureau Bastien et François pour les moments partagés, des plus studieux aux plus arrosés... et merci aux doctorants S2M pour les pauses café si sportives.

Enfin et surtout, je remercie ma famille pour leur aide et leur soutien constants, en ayant une pensée émue pour mes grands-pères. Merci Doris pour ta patience, tous ces efforts pour moi, et pour nos belles expériences de capture de résonance.





# Sommaire

<b>Sommaire</b>	<b>1</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>5</b>
<b>1 Une expérience numérique</b>	<b>9</b>
1.1 Premier cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire quelconque . . .	10
1.2 Second cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire accordé . . . . .	11
1.3 Troisième cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire accordé et amorti	11
1.4 Transition vers l'oscillateur non linéaire . . . . .	12
1.5 Quatrième cas : un système linéaire couplé à un oscillateur non linéaire . . . . .	14
<b>2 Le contrôle des vibrations et du bruit</b>	<b>17</b>
2.1 Techniques de contrôle des vibrations en ingénierie mécanique . . . . .	18
2.1.1 Systèmes passifs . . . . .	18
2.1.2 Systèmes actifs . . . . .	21
2.1.3 Contrôle des vibrations grâce à un absorbeur non linéaire . . . . .	21
2.2 Techniques de contrôle du bruit . . . . .	22
2.2.1 Les matériaux absorbants . . . . .	22
2.2.2 L'absorbeur dynamique . . . . .	24
2.2.3 Le contrôle actif . . . . .	24
<b>3 Etude d'un oscillateur vibroacoustique non linéaire : la membrane viscoélastique circulaire</b>	<b>27</b>
3.1 Modélisation de la membrane . . . . .	28
3.2 Caractérisation expérimentale de membranes . . . . .	31
3.2.1 Mesure des paramètres physiques des membranes . . . . .	31
3.2.2 Caractérisation de la raideur des membranes . . . . .	31
<b>4 Couplage de la membrane avec un milieu acoustique</b>	<b>37</b>
4.1 Principe . . . . .	38
4.2 Réalisation . . . . .	38
4.3 Modélisation . . . . .	39
4.3.1 Le classique système mécanique à deux degrés de liberté . . . . .	39
4.3.2 Le tube . . . . .	40
4.3.3 La boîte de couplage . . . . .	41
4.3.4 La source sonore . . . . .	41
4.3.5 Le système à deux degrés de liberté final . . . . .	42
4.3.6 Modes non linéaires . . . . .	43

<b>5</b>	<b>Le pompage énergétique : principaux résultats expérimentaux et numériques</b>	<b>47</b>
5.1	Les différents régimes observés sous excitation sinusoïdale . . . . .	48
5.1.1	Configuration 1 . . . . .	48
5.1.2	Configuration 2 . . . . .	56
5.2	Oscillations libres . . . . .	68
5.2.1	Signaux temporels . . . . .	68
5.2.2	Evolution de l'énergie du système . . . . .	71
5.2.3	Diagrammes temps-fréquence . . . . .	71
5.2.4	Diagrammes fréquence-énergie . . . . .	72
5.2.5	Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques . . . . .	73
5.2.6	Dissipation dans la membrane . . . . .	73
5.3	Réponses fréquentielles . . . . .	84
5.3.1	Différents types de réponses fréquentielles . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Analyse paramétrique</b>	<b>91</b>
6.1	Rayon de la membrane . . . . .	92
6.2	Epaisseur de la membrane . . . . .	93
6.3	Amortissement de la membrane . . . . .	94
6.4	Tension de la membrane . . . . .	97
6.5	Longueur du tube . . . . .	99
<b>7</b>	<b>Utilisation de plusieurs membranes en parallèle</b>	<b>103</b>
7.1	Montage expérimental . . . . .	104
7.2	Régimes sous excitation sinusoïdale . . . . .	104
7.3	Oscillations libres . . . . .	105
7.4	Réponses fréquentielles . . . . .	108
7.5	Utilisation du modèle . . . . .	112
<b>8</b>	<b>Extension vers d'autres milieux acoustiques</b>	<b>117</b>
8.1	Couplage avec une cavité acoustique parallélépipédique . . . . .	118
8.2	Utilisation du logiciel de calcul numérique ABAQUS . . . . .	122
<b>9</b>	<b>Procédé et dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique.</b>	<b>127</b>
9.1	Etude théorique préliminaire . . . . .	128
9.2	Contenu du brevet . . . . .	128
9.2.1	Procédé et dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique . . . . .	128
9.2.2	Revendications . . . . .	132
9.2.3	Abrégé . . . . .	133
9.3	Vérification expérimentale . . . . .	136
9.3.1	Le dispositif expérimental . . . . .	136
9.3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	138
	<b>Conclusion générale</b>	<b>153</b>
	<b>Annexes</b>	<b>155</b>

<b>A Comparaisons entre mesures et simulations en oscillations libres</b>	<b>157</b>
A.1 Configurations et paramètres . . . . .	157
A.2 Figures . . . . .	158
<b>B Calcul du coefficient d’amortissement de la membrane</b>	<b>165</b>
B.1 Identification expérimentale du coefficient d’amortissement de la membrane . . .	165
B.2 Calcul du coefficient d’amortissement de la membrane à partir de mesures d’oscil- lations libres . . . . .	167
<b>Table des figures</b>	<b>173</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>



# Introduction générale

La lutte contre le bruit est depuis de nombreuses années, et encore plus aujourd’hui, un enjeu majeur dans notre société et de considérables efforts de recherche dans les laboratoires et de développement dans l’industrie sont mis en oeuvre afin de développer des solutions efficaces contre cette nuisance. Trois grands types de technologies sont aujourd’hui utilisées pour le contrôle du bruit : la dissipation passive du son grâce à des matériaux absorbants poreux, la mise en place d’absorbeurs dynamiques passifs de type résonateur de Helmholtz ou le contrôle actif du bruit. Ces différentes techniques ont permis de considérablement progresser dans la qualité et le confort acoustique des transports ou des bâtiments. Cependant aucune de ces techniques ne permet de résoudre entièrement le problème du bruit et de nombreuses voies sont encore à explorer. En effet, les matériaux poreux peuvent être très efficaces pour la dissipation des aigus et des mediums mais restent inopérants pour les basses fréquences. Le contrôle sonore dans cette dernière gamme de fréquences nécessite une épaisseur de matériau absorbant bien supérieure à ce qui peut être implanté de façon réaliste, notamment dans le bâtiment. Le résonateur de Helmholtz est quant à lui pleinement efficace pour atténuer, voire faire disparaître une résonance précise grâce au phénomène d’anti-résonance, mais il doit pour cela être parfaitement accordé sur celle-ci. Son principal défaut est ainsi de ne pouvoir traiter qu’une seule fréquence. Enfin contrairement aux matériaux poreux, la technologie active trouve son efficacité dans les basses fréquences, c’est pourquoi d’ailleurs les techniques hybrides suscitent un grand intérêt. Cependant l’implantation de celle-ci peut s’avérer nettement plus complexe et chère que les solutions passives et son efficacité est très locale dans l’espace. Son application industrielle la plus courante est ainsi le casque actif, puisque son but est de n’agir qu’en un point précis. Ceci fait ainsi ressortir la problématique du traitement en large bande des basses fréquences pour lesquelles aucun mécanisme de dissipation passive n’a encore été mis en évidence en acoustique, problématique qui est au coeur de ces travaux de thèse.

Du côté de la mécanique, le contrôle des vibrations est un champ de recherche aux applications existantes et potentielles au moins aussi nombreuses qu’en acoustique et dont les technologies sont très similaires à celles décrites précédemment. En effet la dissipation passive, grâce à des matériaux visco-élastiques, est très utilisée pour absorber les vibrations des structures mécaniques dans un but d’amélioration du confort voire de préservation même de l’intégrité de la structure. Les absorbeurs dynamiques linéaires accordés (“tuned mass damper”), dit absorbeurs de Frahm et qui constituent le parfait équivalent mécanique du résonateur de Helmholtz ([5, 42, 4, 46, 54]), sont également très répandus dans l’industrie. Ils permettent, comme en acoustique, de traiter une résonance précise d’une structure en étant accordé sur celle-ci. Ils ont donc le même défaut d’efficacité en large bande. Enfin les technologies actives ont également été développées, permettant de résoudre d’importants problèmes, mais ayant toujours le défaut du coût, de la complexité et de l’apport nécessaire en énergie.

Depuis une dizaine d’années, une communauté de mécaniciens spécialistes de la dynamique

non linéaire a établi que l'utilisation d'un absorbeur purement non linéaire, composé typiquement d'une masse et d'un ressort à raideur essentiellement non linéaire, peut constituer une intéressante solution alternative pour les problèmes de vibration. La dynamique d'un tel absorbeur non linéaire couplé à un système primaire linéaire, qui diffère radicalement de celle observée avec un absorbeur linéaire, a été décrite en détail dans [12, 59, 58, 61, 63] en terme de capture de résonance et de modes non linéaires. La première observation expérimentale de ces comportements a été publiée en 2004 [37]. Le principe est de placer l'absorbeur dans une situation (un mode non linéaire) à partir de laquelle un transfert irréversible d'énergie vibratoire apparaît, de la structure primaire vers l'absorbeur non linéaire, l'énergie étant ensuite dissipée dans l'absorbeur. Le résultat est une efficace extinction des vibrations dans le système primaire, pendant que le mouvement se concentre et se localise sur l'absorbeur. Ce phénomène a été appelé "energy pumping" (pompage énergétique) puis plutôt "targeted energy transfer" dans la littérature. Une propriété importante de ce type d'absorbeurs est le fait qu'ils puissent agir en basse fréquence et dans une large gamme de fréquence. En effet, puisque la raideur d'un tel absorbeur est essentiellement non linéaire, cet oscillateur peut vibrer à n'importe quelle fréquence et n'a pas de fréquence de résonance. Il s'adapte ainsi de lui-même à la fréquence du système primaire auquel il est couplé. Un des défauts de l'absorbeur non linéaire est que le transfert d'énergie n'apparaît que lorsque l'énergie vibratoire du système primaire atteint un certain seuil, ce qui peut constituer une importante limitation en vue d'applications pratiques. Plusieurs cas de système primaire auquel un absorbeur non linéaire a été couplé ont déjà été étudiés : un guide d'onde [62], une poutre [44, 43, 16, 14], une plaque [15], un système linéaire à deux degrés de liberté [21], une chaîne d'oscillateurs couplés [34, 33] voire un système primaire lui-même non linéaire [68, 65, 66]. Dans le domaine de l'ingénierie, l'application du pompage énergétique a été explorée pour l'isolation de machines vibrantes [19], le contrôle des instabilités aéroélastiques d'une aile d'avion [29, 26], la conception d'absorbeurs anti-sismiques dans le génie civil [17, 40] et la stabilisation de systèmes de forage [67]. Des investigations ont été également faites autour du type de non-linéarité à utiliser : absorbeur à impact [41, 28], non-linéarité non-polynomiale [8], absorbeur à plusieurs degrés de liberté [30, 55, 57, 56] ou aussi amortissement non linéaire [53]. Un ouvrage faisant le point sur la théorie, les avantages et inconvénients de tels absorbeurs non linéaires a récemment été publié par Vakakis et al. [60]. L'article [31] fait également un récapitulatif de nombreux travaux afin d'exposer de façon synthétique le rôle que peut avoir un absorbeur non linéaire.

L'idée qui est à la base de ce travail a donc été d'adapter ce concept d'absorbeur non linéaire au domaine de l'acoustique, afin de mettre au point un nouveau type de contrôle passif du bruit qui serait efficace en basses fréquences. Le système primaire linéaire est donc ici un milieu acoustique auquel une fine membrane ciculaire visco-élastique a été couplée, exploitant la non-linéarité géométrique apparaissant lors de ses mouvements transversaux de grande amplitude. En utilisant notamment une version améliorée du montage expérimental présenté dans [3], nous avons étudié tant expérimentalement que numériquement les transferts énergétiques de l'énergie sonore du milieu acoustique vers la membrane et une explication détaillée des phénomènes principaux observés a pu être publiée [2]. Ce travail a bénéficié du soutien de l'ANR ADYNO (Absorbeurs Dynamiques Nonlinéaires) dont les laboratoires partenaires ont été le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) à Marseille et le Laboratoire de Géomatériaux (LGM) de l'ENTPE à Lyon. Il figure également parmi les faits marquants de l'INSIS-CNRS 2010 et a été sélectionné pour figurer dans le rapport d'activité scientifique du CNRS "2009 une année avec le CNRS" à paraître prochainement. Une collaboration avec le constructeur automobile PSA a été mise en oeuvre et a permis de déposer un brevet pour l'application du pompage énergétique

au traitement du bruit d'admission des moteurs thermiques. Notons que le terme de "membrane absorber" est présent dans la littérature [6, 48, 49], mais désigne en réalité un absorbeur de fonctionnement proche de celui d'un résonateur de Helmholtz qui n'a donc aucun rapport avec ce travail sur le thème d'un absorbeur non linéaire.

Le premier chapitre de ce manuscrit de thèse présente une rapide expérience numérique introductive permettant de comprendre très simplement par un raisonnement progressif le principe du pompage énergétique.

Le chapitre suivant consiste à placer ce travail dans son contexte, c'est-à-dire à faire un résumé des techniques de contrôle des vibrations et du bruit existantes. Ceci permet bien sûr de faire le point sur ce qui existe déjà, mais surtout de justifier l'intérêt potentiel de ce sujet de thèse.

La membrane seule, en tant qu'oscillateur vibroacoustique non linéaire, est l'objet du troisième chapitre. Un modèle, réduisant son comportement à un seul degré de liberté, et une caractérisation expérimentale de sa raideur y sont exposés. Ses deux aspects permettant chacun de montrer que la membrane constitue un oscillateur à raideur essentiellement cubique.

Le quatrième chapitre présente le principe du couplage d'une telle membrane à un système acoustique simple (premier mode de résonance d'un tube ouvert). Un modèle de ce système couplé y est développé, permettant d'aboutir à un système à deux degrés de liberté et de calculer ses premiers modes non linéaires.

Le coeur de ce document arrive dans le cinquième chapitre. Le phénomène de pompage énergétique y est expliqué par de nombreux résultats expérimentaux, auxquels sont confrontés leur équivalent obtenu par simulation grâce au modèle théorique. L'influence du couplage du milieu acoustique avec la membrane non linéaire est y présentée sous ses aspects temporels en phases transitoires et sous oscillations forcées. L'étude du comportement du système en fréquentiel est également menée dans ce chapitre.

En vue d'une éventuelle optimisation du phénomène, le sixième chapitre porte sur une analyse paramétrique de l'influence de la membrane. Le rôle de chaque paramètre y est ainsi étudié, tant expérimentalement que numériquement, afin de comprendre comment il peut être possible d'adapter l'implantation d'une membrane à différents cas d'éventuelles applications pratiques.

Le chapitre sept présente les phénomènes observés suite au couplage du milieu acoustique à plusieurs membranes en parallèle. Un montage expérimental avec deux membranes a été réalisé, permettant de mettre en évidence des phénomènes intéressants, qui sont ensuite généralisés à un nombre quelconque de membranes grâce au modèle.

Une ouverture vers le couplage d'une membrane à des milieux acoustiques moins académiques qu'un tube est réalisée dans le chapitre huit. Un modèle théorique du couplage d'une membrane à un milieu acoustique parallélépipédique (typique de nombreux cas de milieux réels du bâtiment ou du transport) met en évidence la possibilité de ce type d'implantation. La capacité du logiciel de calcul numérique ABAQUS à simuler le phénomène de pompage énergétique y est également démontrée. Ces deux points permettent d'ouvrir de nombreuses possibilités d'études et d'applications à des milieux acoustiques réels et complexes.

Enfin le neuvième chapitre présente le travail effectué pour le constructeur automobile PSA pour l'application de ces travaux au contrôle du bruit d'admission des moteurs thermiques. Le brevet déposé à la suite de la partie théorique ce travail y est directement reporté et les résultats expérimentaux obtenus sur un montage simulant le cas du moteur et du conduit d'admission y sont présentés.

Les conclusions et les perspectives fournies par cette progression de l'idée vers l'application sont finalement apportées en fin de document.





# Chapitre 1

## Une expérience numérique

---

### Introduction

Ce premier chapitre porte sur une étude numérique préliminaire permettant d'introduire et de comprendre très rapidement le concept de pompage énergétique et d'utilisation d'un absorbeur non linéaire. Pour contrôler les vibrations d'un système, plusieurs techniques existent. En résumant très rapidement, nous pouvons ajouter de l'amortissement, ajouter de la masse, émettre des vibrations opposées (contrôle actif), créer une antirésonance par couplage avec un résonateur accordé, etc. La piste qui a été étudiée dans cette thèse est le transfert d'énergie du système linéaire à contrôler vers un autre oscillateur, appelé absorbeur dynamique, couplé à celui-ci. Partant de cette idée, nous allons voir progressivement par de petites expériences numériques comment justifier l'intérêt de l'utilisation d'un absorbeur non linéaire.

## 1.1 Premier cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire quelconque

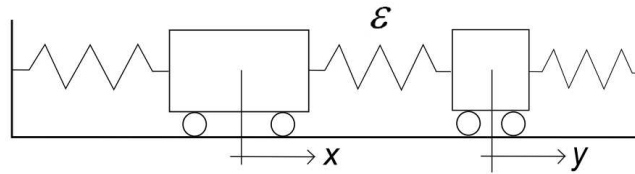


FIG. 1.1 – Schéma du premier système couplé avec deux oscillateurs linéaires non accordés.

Premièrement, partons du cas le plus simple et le plus quelconque possible : considérons un système primaire linéaire masse-ressort (système à contrôler) faiblement couplé à un oscillateur secondaire linéaire masse-ressort quelconque. Nous avons donc un système correspondant à la figure 1.1 et régi par le système d'équations à deux degrés de libertés (2 ddl) suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_1^2 x + \epsilon(x - y) &= 0 \\ \ddot{y} + \omega_2^2 y + \epsilon(y - x) &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

avec  $\epsilon = 0.05$  ,  $\omega_1 = 1$  ,  $\omega_2 = 0.1$  .

Lorsque l'on simule les oscillations libres de ce système après une impulsion correspondant aux conditions initiales  $\dot{x}(0) = 1$  ,  $x(0) = 0$  ,  $\dot{y}(0) = 0$  ,  $y(0) = 0$  , nous voyons sur la figure 1.2 que les deux oscillateurs vibrent chacun à leur fréquence propre. Il n'y a pas de résonance entre eux, pas d'échange d'énergie. D'évidence, puisque l'objectif est la réduction des vibrations du système primaire, cette configuration n'est pas satisfaisante et un certain réglage du second oscillateur va être nécessaire.

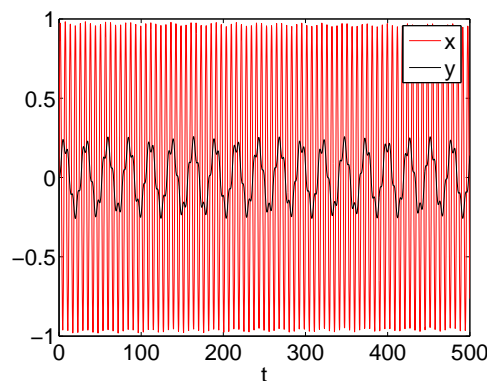


FIG. 1.2 – Simulation du système d'équations 1.1 après impulsion.

## 1.2 Second cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire accordé

Reprenons le même système mais en modifiant la fréquence propre de l'oscillateur secondaire afin d'accorder celui-ci à l'oscillateur primaire. Le système d'équations et ses paramètres sont donc maintenant :

$$\begin{aligned}\ddot{x} + \omega_1^2 x + \epsilon(x - y) &= 0 \\ \ddot{y} + \omega_2^2 y + \epsilon(y - x) &= 0\end{aligned}\tag{1.2}$$

avec  $\epsilon = 0.05$  ,  $\omega_1 = 1$  ,  $\omega_2 = 0.98$  .

La simulation des oscillations après la même impulsion que dans le premier cas (conditions initiales  $\dot{x}(0) = 1$  ,  $x(0) = 0$  ,  $\dot{y}(0) = 0$  ,  $y(0) = 0$ ) met maintenant en évidence d'intenses échanges d'énergie entre les deux oscillateurs (figure 1.3). Les deux oscillateurs sont accordés, ils peuvent donc entrer en résonance l'un avec l'autre et grâce à cela des échanges d'énergies sont possibles. Cependant les échanges se font dans les deux sens, sous forme de battements, c'est-à-dire que l'énergie passe de l'oscillateur primaire vers l'oscillateur secondaire, puis revient vers l'oscillateur primaire et ainsi de suite. Or en étant dans un contexte de réduction des vibrations de l'oscillateur primaire, ce retour de l'énergie est ce que nous voudrions éviter. Idéalement, il ne faudrait qu'un seul transfert d'énergie, de l'oscillateur primaire vers le secondaire, et pas de retour possible.

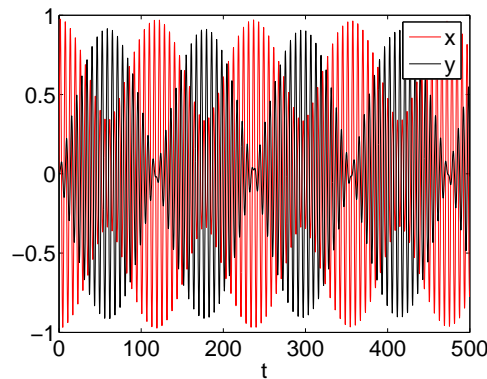


FIG. 1.3 – Simulation du système d'équations 1.2 après impulsion.

## 1.3 Troisième cas : un système linéaire couplé à un oscillateur linéaire accordé et amorti

Dans un troisième cas, voyons ce que change l'ajout d'amortissement dans chacun des oscillateurs à ce que nous venons de voir (figure 1.4). Considérons donc le troisième système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \omega_1^2 x + \epsilon(x - y) &= 0 \\ \ddot{y} + \lambda_2 \dot{y} + \omega_2^2 y + \epsilon(y - x) &= 0\end{aligned}\tag{1.3}$$

avec  $\epsilon = 0.05$  ,  $\omega_1 = 1$  ,  $\omega_2 = 0.98$   
 $\lambda_1 = 0.01$  ,  $\lambda_2 = 0.01$  .

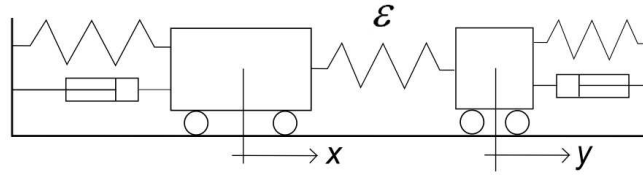


FIG. 1.4 – Schéma du système couplé avec deux oscillateurs linéaires accordés et amortis.

La simulation des oscillations après impulsion pour ce système nous permet d'observer (figure 1.5) des battements amortis suivant une décroissance globale exponentielle. L'amortissement n'a rien changé aux échanges d'énergie qui sont toujours intenses mais dans les deux sens.

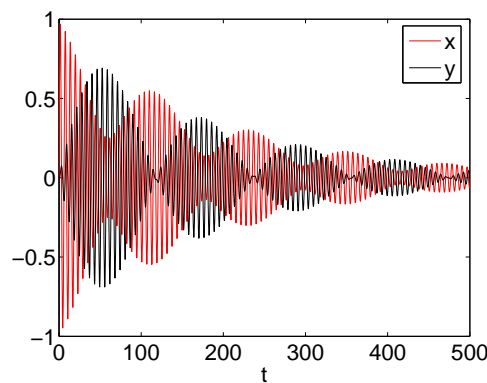


FIG. 1.5 – Simulation du système d'équations 1.3 après impulsion.

## 1.4 Transition vers l'oscillateur non linéaire

De cette petite étude progressive, nous pouvons conclure qu'une résonance entre les deux oscillateurs est nécessaire pour assurer un échange d'énergie. Mais comment en empêcher le retour de celle-ci ? En cassant la résonance après le premier transfert d'énergie de l'oscillateur primaire vers l'oscillateur secondaire.

Comme nous l'avons vu, dans le cas d'un oscillateur secondaire linéaire, l'amortissement ne permet pas de casser cette résonance et l'énergie ne cesse jamais d'aller et venir d'un oscillateur vers l'autre. En effet, dans le cas d'un oscillateur linéaire, il y a indépendance entre fréquence et énergie. L'oscillateur vibre à sa fréquence propre quelque soit son amplitude. Pour le prouver, prenons l'exemple d'un simple oscillateur masse-ressort linéaire (figure 1.6) régi par l'équation  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Cherchons les solutions périodiques  $x_1(t) = A \cos(\omega t)$  de cette équation. Nous obtenons l'équation  $A(\omega_0^2 - \omega^2) = 0$  et finalement  $\omega = \omega_0$  et  $A$  quelconque. Dans un diagramme amplitude/fréquence, ces solutions sont donc représentées par une caractéristique verticale à  $\omega = \omega_0$  (figure 1.7). En considérant ce type de diagramme, il apparaît clairement que pour permettre une résonance entre deux oscillateurs linéaires, il est nécessaire que leurs caractéristiques soient superposées à la même fréquence. Le problème est qu'alors tout point de ces droites est point d'intersection. Ainsi, une fois la résonance établie, l'amortissement fera décroître l'amplitude

mais la résonance restera possible quelque soit cette amplitude, jusqu'à zéro.

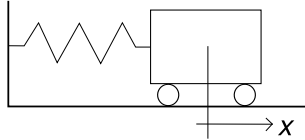


FIG. 1.6 – Schéma d'un oscillateur masse-ressort linéaire.

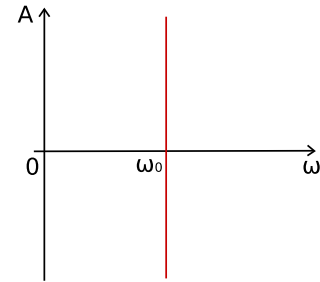


FIG. 1.7 – Caractéristique de l'oscillateur linéaire.

En revanche, en associant un oscillateur primaire linéaire de caractéristique verticale à un oscillateur de caractéristique oblique passant par l'origine, un point d'intersection existerait toujours, et donc une possibilité de résonance aussi. Par contre le chemin vers l'extinction (zéro en amplitude) serait différent pour chacun des oscillateurs, la résonance serait donc automatiquement et passivement cassée grâce à l'amortissement, empêchant la poursuite d'échange d'énergie et donc son retour. Cette dépendance entre énergie et fréquence typique d'un système non linéaire et correspondant à cette caractéristique oblique peut être obtenue avec un oscillateur non linéaire masse-ressort à raideur cubique (figure 1.8). En effet l'équation régissant cet oscillateur est  $\ddot{y} + c y^3 = 0$  et en recherchant de même les solutions sous la forme  $y_1(t) = A \cos(\omega t)$  par équilibrage harmonique il vient :  $(-A\omega^2 + \frac{3}{4}cA^3) \cos(\omega t) + (\frac{1}{4}cA^3) \cos(3\omega t) = 0$ . En négligeant le terme en  $3\omega$  pour ne garder que celui en  $\omega$ , nous obtenons l'équation de droite  $A = \pm \frac{2}{\sqrt{3c}}\omega$ . Un oscillateur non linéaire à raideur cubique a donc bien une caractéristique oblique, représentée figure 1.9, correspondant à une dépendance énergie/fréquence. Celui-ci peut vibrer à n'importe

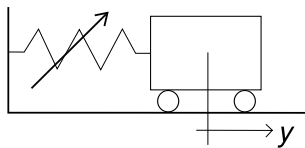


FIG. 1.8 – Schéma d'un oscillateur masse-ressort non linéaire.

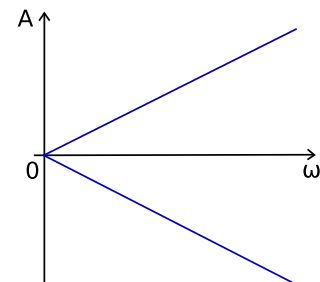
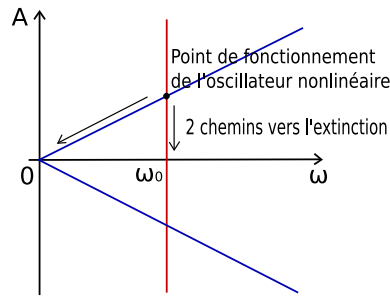
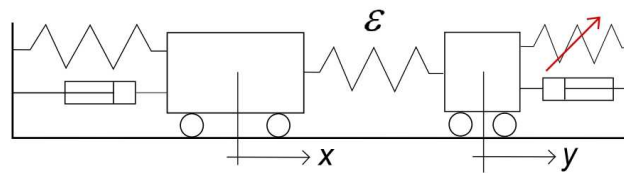


FIG. 1.9 – Caractéristique de l'oscillateur non linéaire.

quelle fréquence, mais à chaque fois à une amplitude donnée. A condition que l'énergie soit suffisante pour atteindre cette amplitude, il pourra donc entrer en résonance avec n'importe quel oscillateur linéaire en se plaçant sur son point de fonctionnement représenté par l'intersection entre sa caractéristique oblique et la caractéristique verticale du système primaire. Un transfert d'énergie d'un oscillateur linéaire vers un oscillateur non linéaire semble donc possible suivant ce raisonnement. Ensuite, avec l'amortissement, les deux oscillateurs vont nécessairement aller vers les faibles amplitudes de vibration, mais en suivant chacun leur propre caractéristique (voir figure 1.10). La résonance sera donc cassée et le retour de l'énergie transférée à l'oscillateur non linéaire ne sera plus possible.

FIG. 1.10 – *Superposition des caractéristiques des oscillateurs linéaire et non linéaire.*

### 1.5 Quatrième cas : un système linéaire couplé à un oscillateur non linéaire

FIG. 1.11 – *Schéma du système couplé avec un oscillateur linéaire et un oscillateur non linéaire.*

Considérons à nouveau le système d'oscillateurs couplés, mais en remplaçant la raideur linéaire de l'oscillateur secondaire par une raideur cubique et en ajustant les paramètres. Ce système est représenté sur la figure 1.11 et régi par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \omega_1^2 x + \epsilon(x - y) &= 0 \\ \ddot{y} + \lambda_2 \dot{y} + \alpha y^3 + \epsilon(y - x) &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \epsilon &= 0.05, \quad \omega_1 = 1, \quad \alpha = 36 \\ \lambda_1 &= 0.01, \quad \lambda_2 = 0.03. \end{aligned}$$

La figure 1.12 représentant les vibrations de ce système après une impulsion (conditions initiales  $\dot{x}(0) = 1, x(0) = 0, \dot{y}(0) = 0, y(0) = 0$ ) permet effectivement de confirmer ce qui a été dit dans le paragraphe précédent. Un transfert d'énergie de l'oscillateur primaire vers l'oscillateur non linéaire a lieu, et aucun retour n'apparaît. On parle alors de transfert irréversible d'énergie, permettant une extinction des vibrations du système primaire plus rapide que naturellement. Après l'impulsion, l'oscillateur non linéaire entre en résonance avec le système primaire et se place alors sur son point de fonctionnement mentionné plus haut. Sa fréquence étant imposée par le système primaire, son amplitude reste alors quasi-constante quelque soit l'amplitude de vibration de ce dernier, et ce jusqu'à l'extinction presque complète de l'oscillateur linéaire. A partir de ce point, l'oscillateur non linéaire quitte la résonance et suit son propre chemin vers l'extinction, ne renvoyant pas l'énergie qu'il a emmagasinée. La décroissance de sa fréquence de vibration avec son amplitude apparaît alors clairement. Ce phénomène a été appelé pompage énergétique dans la littérature (energy pumping) puis plutôt "targeted energy transfer" (voir

articles fondateurs [13, 12, 59, 58]), en référence au côté irréversible du transfert d'énergie qui est la principale caractéristique de ce qui apparaît grâce à cette utilisation d'un absorbeur non linéaire.

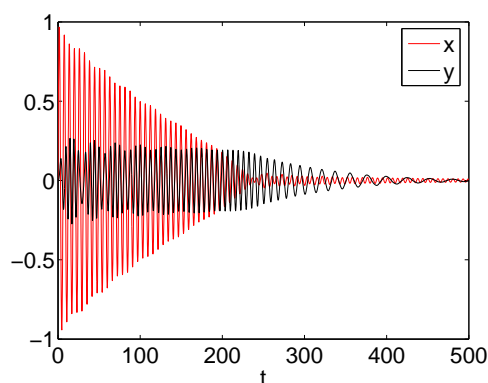


FIG. 1.12 – *Simulation du système d'équations 1.4 après impulsion.*

## Conclusion

Les idées exprimées dans cette étude préliminaire constituent la base de ce qu'il faut savoir sur le pompage énergétique. A partir de ce concept, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, quelques équipes de recherche ont travaillé ces dernières années à développer les connaissances et les applications de ce phénomène. Nous avons quant à nous étudié l'application du pompage énergétique à l'acoustique, en tant que nouvelle technique passive de contrôle du bruit.





## Chapitre 2

# Le contrôle des vibrations et du bruit

---

### Introduction

Que ce soit pour des raisons de confort, d'usure ou de sécurité, la lutte contre les vibrations et le bruit est devenu depuis bien longtemps un enjeu majeur et un domaine dans lequel la recherche et l'industrie font de considérables efforts tant le champ d'applications est énorme. De nombreuses technologies ont donc été mises au point, avec chacune leurs propres propriétés, avantages et inconvénients. Nous verrons donc dans ce chapitre quelles sont les principales techniques de contrôle des vibrations et du bruit existantes, afin de mettre en évidence le contexte de ce travail et de justifier son intérêt potentiel.

## 2.1 Techniques de contrôle des vibrations en ingénierie mécanique

### 2.1.1 Systèmes passifs

Les systèmes passifs isolent les structures ou dissipent l'énergie grâce à leur propriétés dynamiques intrinsèques. Ces systèmes sont en général peu coûteux (par rapport aux systèmes actifs dont nous parlerons ensuite), relativement faciles à concevoir, utiliser ou entretenir et permettent de réduire considérablement la réponse de la structure aux sollicitations extérieures. Ils peuvent dissiper l'énergie de façon directe, par friction par exemple, ou de façon indirecte en contre-balançant les vibrations.

#### Les systèmes à dissipation directe

- Dissipateur par friction :

Les dissipateurs par friction utilisent les frottements créés par le glissement entre deux surfaces pour dissiper l'énergie des vibrations. Ce type d'absorbeur est le plus rudimentaire. Les anciens amortisseurs de véhicule (voir figure 2.1), où l'essieu était suspendu par un ensemble de lattes travaillant en flexion et frottant les unes sur les autres fonctionnaient sur ce principe.



FIG. 2.1 – Suspension d'essieu à ressort à lattes avec dissipation par frottement sec entre les lattes.

- Amortisseur visco-élastique :

En dissipant de l'énergie, une couche de matériau viscoélastique collée sur un panneau vibrant permet d'atténuer les vibrations de la structure sans changer ses propriétés de résistance mécanique. Dans le cas d'un traitement à couche viscoélastique non contrainte (voir figure 2.2 à gauche), seul le matériau viscoélastique est collé sur la plaque. Lorsque la plaque vibre en flexion la couche viscoélastique travaille principalement en traction et compression. Pour être efficace, cette solution nécessite souvent une épaisseur importante de matériau viscoélastique, ce qui la rend incompatible avec les contraintes de masse. Dans le cas d'un traitement à couche viscoélastique contrainte (voir figure 2.2 à droite), l'ajout d'une couche métallique (aluminium, acier) collée de l'autre côté de la couche viscoélastique permet de faire travailler le matériau viscoélastique en cisaillement, situation dans laquelle il est bien plus efficace. L'épaisseur nécessaire pour obtenir un amortissement équivalent est alors beaucoup plus faible que pour une couche non contrainte.

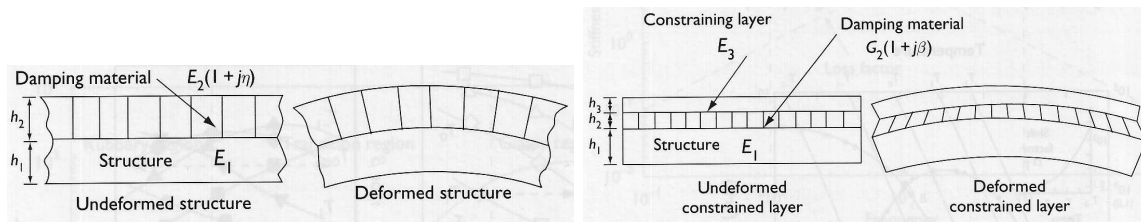


FIG. 2.2 – Schéma de couche visco-élastique collée à une plaque afin d'absorber ses vibrations. A gauche : couche visco-élastique non contrainte. A droite : couche visco-élastique contrainte.

- Amortissement visqueux :

Les systèmes à amortissement visqueux existent sous deux formes principales. Ils peuvent dissiper l'énergie des vibrations en appliquant une résistance à la structure grâce à l'action d'un piston forcée par un fluide. L'amortissement peut aussi être produit par des matériaux visqueux. Ce type d'amortissement est très couramment utilisé, notamment dans les amortisseurs automobiles (voir figure 2.3).

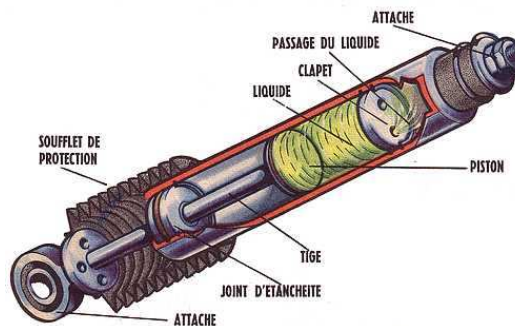


FIG. 2.3 – Schéma d'un amortisseur télescopique à dissipation visqueuse.

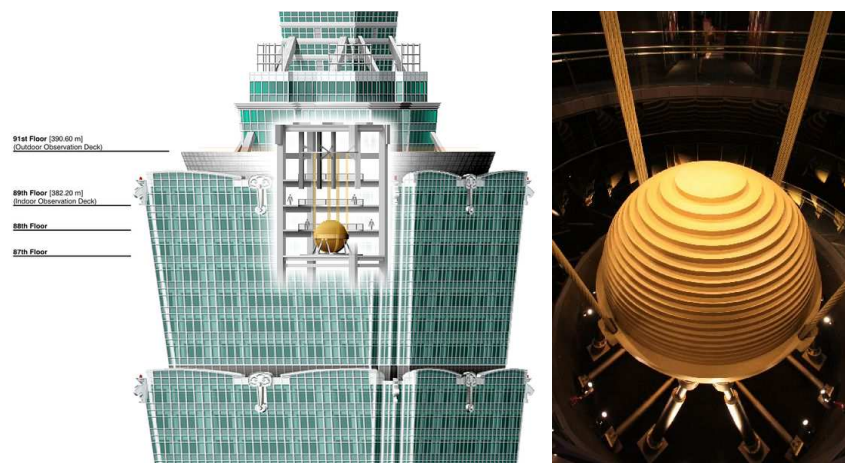
## Les systèmes à dissipation indirecte

Ce qui est appelé système à dissipation indirecte est en fait un absorbeur dynamique accordé (Tuned Mass Damper), c'est-à-dire un système oscillant ajouté à une structure dans le but de réduire sa réponse à une excitation. Ce système est effectif dans une bande étroite de fréquence. Les éléments déterminants pour la mise en place d'un tel système sont le choix de sa fréquence propre et le choix de sa position. La fréquence propre de l'absorbeur de vibrations doit être choisie selon deux critères : en fonction du spectre de l'excitation et en fonction des fréquences propres de la structure à amortir.

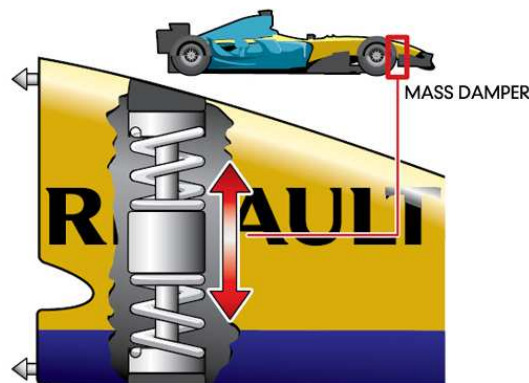
Lorsque la structure est excitée suivant une fréquence unique connue et distante de ses fréquences de résonance, la fréquence propre de l'absorbeur de vibrations peut être ajustée pour introduire une antirésonance à cette fréquence d'excitation. Sinon, l'absorbeur est souvent accordé sur la fréquence de résonance d'un mode de vibration indésirable. L'amortissement doit être important pour ne pas introduire une double résonance encore plus importante, mais suffisamment faible cependant pour que l'absorbeur ait une influence sur la réponse de la structure. L'absorbeur de vibration sera efficace s'il est positionné sur un ventre du mode excité. Si sa masse est trop importante, il risque, en modifiant complètement les modes propres de la structure, de

ne faire que déplacer le problème. Réduire l'amortissement permet d'augmenter l'atténuation sans augmenter la masse, mais réduit la bande de fréquence filtrée, rapproche la fréquence de résonance introduite de la fréquence filtrée et augmente cette résonance. Cette solution peut se révéler néfaste si la fréquence d'excitation est mal évaluée ou évolue au cours de la vie de la structure.

Bien que très répandus notamment dans les industries aéronautiques, automobiles (voir figure 2.4(c) à propos d'une application sur une formule 1) et en génie civil, les absorbeurs dynamiques ne figurent pas au catalogue des fournisseurs, car tout système oscillant peut jouer ce rôle. Il peut par exemple s'agir d'un radiateur automobile accordé pour filtrer la résonance de la caisse, ou d'un réservoir d'eau placé au sommet d'un bâtiment. Avec son poids record de 730 tonnes, l'absorbeur installé dans la tour de Taipei est certainement le plus célèbre (voir figures 2.4(a) et 2.4(b)).



(a) Schéma de l'immeuble de Taipei qui utilise un (b) Photographie de l'absorbeur dynamique en tant que système anti-sismique.



(c) schéma du nez d'une formule 1 dans lequel est installé un absorbeur dynamique.

FIG. 2.4 – Exemples d'absorbeurs dynamiques utilisés dans le génie civil et l'automobile.

### 2.1.2 Systèmes actifs

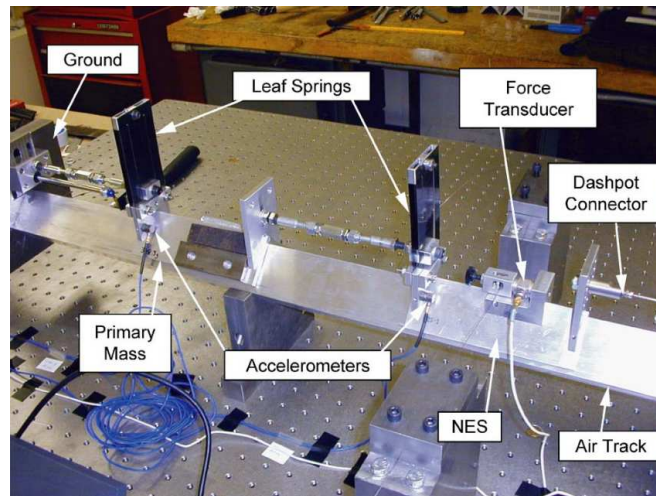
Les systèmes actifs fournissent une réponse adaptée à chaque contrainte appliquée et permettent d'adapter leur comportement en fonction des changements de leur environnement. Le principe est le suivant : les structures à isoler sont munies de systèmes de capteurs qui mesurent les vibrations de la structure et/ou les excitations appliquées ; les informations sont ensuite interprétées par des algorithmes de contrôle qui déterminent la réponse la plus adaptée en vue d'une application à la structure qui doit être isolée. Cette réponse, qui doit être appliquée à la structure, est réalisée à l'aide d'actionneurs et nécessite donc l'apport d'énergie extérieure pour ce système de retour. Ce dernier point, avec la complexité et le coût de telles solutions peut constituer un inconvénient important en fonction des cas par rapport aux systèmes passifs.

### 2.1.3 Contrôle des vibrations grâce à un absorbeur non linéaire

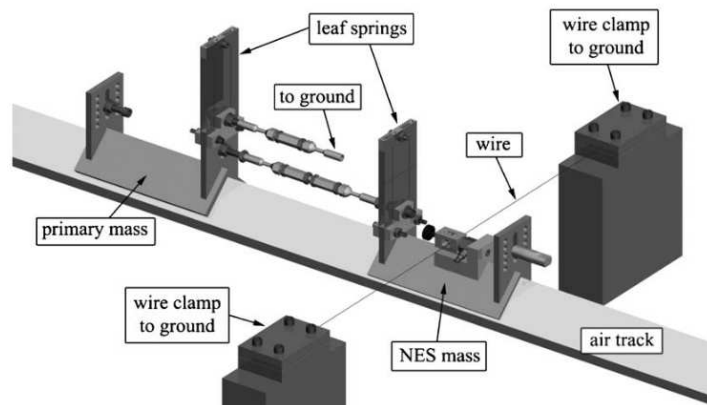
A partir des publications [12, 59, 58], une solution alternative pour les problèmes de vibration a été mise en évidence il y a une dizaine d'années avec l'utilisation d'un absorbeur purement non-linéaire composé typiquement d'une masse et d'un ressort à raideur essentiellement non linéaire. La dynamique d'un tel absorbeur, couplé à un système primaire linéaire, diffère radicalement de celle observée avec un absorbeur linéaire. En plus des articles sus-cités, celle-ci a notamment été décrite en détail dans [61, 63, 27] en terme de capture de résonance et de modes non linéaires et la première observation expérimentale de ces comportements, sur le dispositif visible sur la figure 2.5, a été publiée en 2004 [37]. Sous certaines conditions, le phénomène principal qui peut apparaître est un transfert irréversible d'énergie de la structure primaire vers l'absorbeur non linéaire, l'énergie étant ensuite dissipée dans l'absorbeur. On observe alors une rapide extinction des vibrations dans le système primaire, pendant que le mouvement se concentre sur l'absorbeur. Ce phénomène a été appelé "energy pumping" (pompage énergétique) puis plutôt "targeted energy transfer" dans la littérature.

Etant donné que la raideur d'un tel absorbeur est essentiellement non linéaire, cet oscillateur n'a pas de fréquence de résonance et peut vibrer à n'importe quelle fréquence. Il s'adapte ainsi de lui-même à la fréquence du système primaire auquel il est couplé. Il peut ainsi agir dans une large gamme de fréquence et est surtout disposé à être efficace en basse fréquence. Un des défauts de l'absorbeur non linéaire est que le transfert d'énergie n'apparaît que lorsque l'énergie vibratoire du système primaire atteint un certain seuil, ce qui peut constituer une importante limitation en vue d'applications pratiques.

En ce qui concerne le système primaire auquel un absorbeur non linéaire est couplé, plusieurs cas ont été étudiés de façon théorique : un guide d'onde [62], une poutre [44, 43, 16, 14], une plaque [15], un système linéaire à deux degrés de liberté [21], une chaîne d'oscillateurs couplés [34, 33] voire un système primaire lui-même non linéaire [68, 65, 66]. Des recherches ont été également menées autour du type de non-linéarité à utiliser : absorbeur à impact [41, 28], non-linéarité non-polynomiale [8], absorbeur à plusieurs degrés de liberté [30, 55, 57, 56] ou aussi amortissement non linéaire [53]. Dans le domaine de l'ingénierie mécanique, l'application du pompage énergétique a été explorée pour l'isolation de machines vibrantes [19], le contrôle des instabilités aéroélastiques d'une aile d'avion [29, 26], la conception d'absorbeurs anti-sismiques dans le génie civil [17, 40] et la stabilisation de systèmes de forage [67]. Un ouvrage faisant le point sur la théorie, les avantages et inconvénients de tels absorbeurs non linéaires a récemment été publié par Vakakis et al. [60]. L'article [31] fait également un récapitulatif de nombreux travaux afin d'exposer de façon synthétique le rôle que peut avoir un absorbeur non linéaire.



(a) Photographie tirée de [37].



(b) Photographie tirée de [23].

FIG. 2.5 – Photographies du premier montage expérimental réalisé sur le sujet du pompage énergétique.

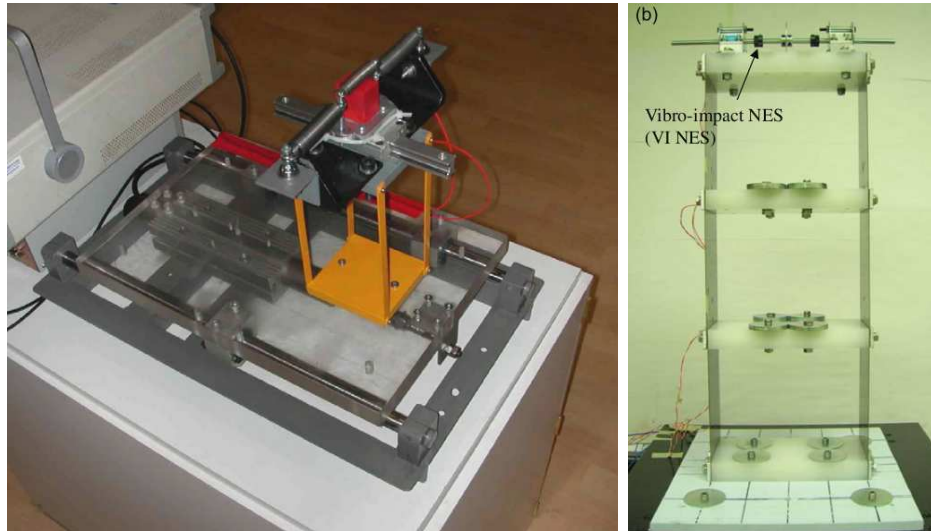
## 2.2 Techniques de contrôle du bruit

Du côté de l'acoustique, la lutte contre le bruit est depuis longtemps un des thèmes majeurs du domaine et de considérables efforts de recherche dans les laboratoires et de développement dans l'industrie sont mis en oeuvre afin de développer des solutions efficaces contre cette nuisance. En résumé, trois grands types de technologies sont aujourd'hui utilisées pour le contrôle du bruit : la dissipation passive du son grâce à des matériaux absorbants poreux, la mise en place d'absorbeurs dynamiques passifs de type résonateur de Helmholtz ou le contrôle actif du bruit.

### 2.2.1 Les matériaux absorbants

L'idée des matériaux poreux est de laisser le son se réfléchir à de multiples reprises contre les parois des pores et ainsi rallonger son trajet. Sa dissipation est alors largement amplifiée. De plus si l'onde sonore peut pénétrer à l'intérieur du matériau, elle y engendre des frottements, des déplacements de fibres légères, et donc de la dissipation. La porosité doit donc être de type ouverte. Pour que ce principe fonctionne, il est nécessaire que la longueur d'onde soit petite





(a) Photographie tirée de [17].

(b) Photographie tirée de [40].

FIG. 2.6 – Photographies de montages expérimentaux traitant de l'application du pompage énergétique au génie civil anti-sismique.

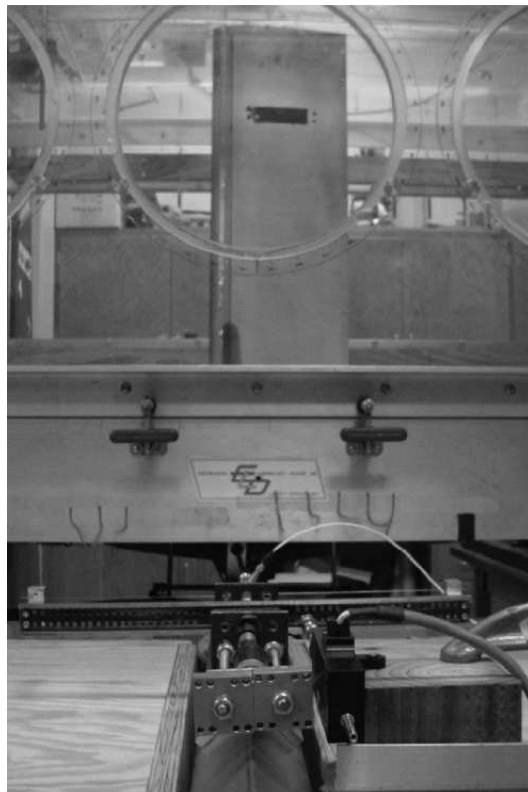


FIG. 2.7 – Photographie, tirée de [26], du montage expérimental traitant de l'application du pompage énergétique au contrôle des instabilités aéro-élastiques d'une aile d'avion.



devant l'épaisseur de matériau absorbant. C'est pourquoi les matériaux poreux peuvent être très efficaces pour la dissipation des aigus et des médiums mais restent inopérants pour les basses fréquences. Le contrôle sonore dans cette dernière gamme de fréquences nécessiterait une épaisseur de matériau absorbant bien supérieure à ce qui peut être implanté de façon réaliste, notamment dans le bâtiment (par exemple un son à 85 Hz a une longueur d'onde de 4 m).

### 2.2.2 L'absorbeur dynamique

En acoustique, les absorbeurs dynamiques linéaires accordés utilisent le principe du résonateur de Helmholtz. Sa conception constituée d'un col suivi d'un volume fermé (voir figure 2.8) lui permet de se comporter comme un oscillateur mécanique masse-ressort. Il a donc une fréquence de résonance bien précise. Ce type d'absorbeur est pleinement efficace pour atténuer, voire faire disparaître une résonance précise grâce au phénomène d'anti-résonance, mais il doit pour cela être parfaitement accordé sur celle-ci. Son principal défaut est ainsi de ne pouvoir traiter qu'une étroite bande fréquentielle. Un autre important défaut est qu'autour de l'anti-résonance qui a remplacé le pic de résonance initial du milieu acoustique traité, deux nouvelles résonances sont créées.

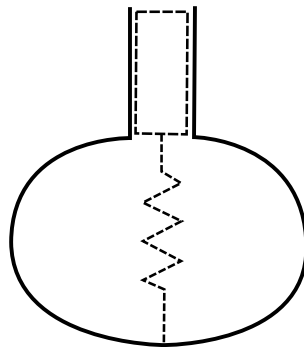


FIG. 2.8 – Schéma de principe du résonateur de Helmholtz.

### 2.2.3 Le contrôle actif

Contrairement aux matériaux poreux, la technologie active trouve son efficacité dans les basses fréquences, c'est pourquoi d'ailleurs les techniques hybrides suscitent un grand intérêt. Une ou plusieurs sources dites secondaires émettent des ondes de pression de façon à produire un champ acoustique en opposition de phase avec le bruit indésirable dans une zone plus ou moins étendue. Les deux champs de pression se superposent, interfèrent et permettent d'obtenir le silence. Dans la pratique on n'obtient pas le silence absolu mais une forte atténuation du bruit dépendante de la méthode utilisée pour générer l'antibruit. Si un auditeur est placé dans la zone de silence, il ne sera plus gêné par le bruit indésirable. Cependant l'implantation d'un contrôle actif peut s'avérer nettement plus complexe et chère que les solutions passives et son efficacité, en plus d'être limitée aux basses fréquences, est très locale dans l'espace. Son application industrielle la plus courante est ainsi le casque actif, puisque son but est de n'agir qu'en un point précis.

Ceci fait ainsi ressortir la problématique du traitement en large bande des basses fréquences pour lesquelles aucun mécanisme de dissipation passive n'a encore été mis en évidence en acoustique, problématique qui est au cœur de ces travaux de thèse.

## Conclusion

Partant du constat qu'aucune technique de contrôle passif du bruit n'existe encore en acoustique pour les basses fréquences et qu'une avancée intéressante autour du phénomène de pompage énergétique avait été initiée dans le domaine de la mécanique, l'idée qui est à la base de cette thèse a été d'étudier la faisabilité et le potentiel de cette nouvelle technique de contrôle des vibrations pour l'acoustique. Le but est ainsi d'essayer de mettre au point un nouveau type de contrôle passif du bruit qui serait efficace en basses fréquences grâce à l'utilisation d'un absorbeur non linéaire.



## Chapitre 3

# Etude d'un oscillateur vibroacoustique non linéaire : la membrane viscoélastique circulaire

---

### Introduction

Dans le but d'appliquer le concept de pompage énergétique à l'acoustique, la première tâche est bien sûr de mettre au point l'oscillateur non linéaire qui sera couplé à un milieu acoustique. Plusieurs types de solutions à ce problème peuvent émerger, comme la conception d'une raideur non linéaire purement acoustique. Celle-ci pourrait éventuellement être obtenue par la mise au point d'une cavité acoustique dont les parois auraient une forme spécialement étudiée afin d'obtenir cette raideur non linéaire. L'utilisation d'un haut-parleur peut également être envisagée. Celui-ci serait mû par la pression acoustique environnante et exercerait sur celle-ci une force de retour dépendant de sa raideur mécanique interne naturelle ou modifiée. Ces deux possibilités sont en réalité encore des problèmes ouverts et complexes, à l'étude notamment à l'ENTPE et au LMA. Pour cette thèse, la solution qui a donc été retenue est la plus simple d'entre elles : celle d'un oscillateur vibro-acoustique constitué d'une fine membrane circulaire visco-élastique encastrée. Comme nous le verrons dans ce chapitre, une telle membrane constitue en effet une raideur essentiellement cubique lorsqu'elle est déformée transversalement et a un avantage évident de simplicité de mise en oeuvre par rapport autres possibilités de recherche. Le matériau est donc supposé linéaire, la non-linéarité étant obtenue géométriquement. Cette solution est en fait un dérivé naturel pour l'acoustique de l'oscillateur cubique déjà utilisé pour des applications mécaniques par Mc Farland [38] et Gourdon [17] et constitué d'une masse reliant deux ressorts et se déplaçant transversalement à la direction de ces ressorts.

L'objet de ce chapitre est donc l'étude et la caractérisation de cette membrane. Dans la première partie, une modélisation de cet oscillateur est proposée afin d'obtenir une équation régissant son mouvement et caractérisant sa raideur. La seconde partie est consacrée à la vérification expérimentale de cette caractérisation de raideur non linéaire pour plusieurs membranes différentes.

### 3.1 Modélisation de la membrane

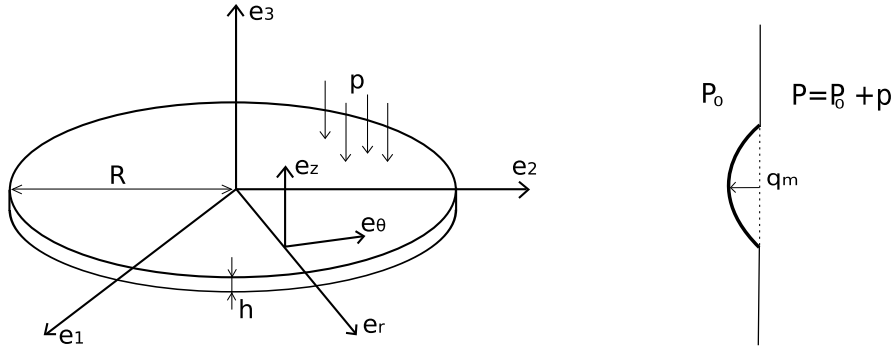


FIG. 3.1 – Schémas de la membrane.

Sous l'effet d'une différence de pression entre les deux faces de la membrane, celle-ci se déforme transversalement du côté de la plus faible pression. Nous montrons dans cette partie comment relier cette déformation à la surpression exercée sur une face de la membrane par un modèle simple de celle-ci.

Pour le modèle, nous considérons les équations non linéaires de plaque de type Von-Karman (grands déplacements, petites déformations, rotations modérées) en prenant en compte une prétension constante dans le plan de la membrane. étant donné que le problème est axisymétrique, le champ de déplacement peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{u}(r, \theta, z) = \left( u(r) - z \frac{\partial w(r)}{\partial r} \right) \mathbf{e}_r + w(r) \mathbf{e}_z . \quad (3.1)$$

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange correspondant est  $\mathbf{E} = \mathbf{e} + z\mathbf{k}$ , où les composantes des tenseurs généralisés de tension  $\mathbf{e}$  et de flexion  $\mathbf{k}$  sont :

$$\begin{aligned} e_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 & e_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} & e_{r\theta} &= 0 \\ k_{rr} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} & k_{\theta\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} & k_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Un modèle de Kelvin-Voigt est adopté pour tenir compte de la viscosité dans la membrane : le second tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff  $\mathbf{S}$  est déduit du tenseur de déformation de Green-Lagrange  $\mathbf{E}$  et de sa dérivée temporelle par la relation  $\mathbf{S} = \mathbf{D} : (\mathbf{E} + \eta \dot{\mathbf{E}})$  où  $\eta$  est le coefficient d'amortissement et  $\mathbf{D}$  est le tenseur isotropique de Hooke ne dépendant que du module d'Young  $E$  et du coefficient de poisson  $\nu$ .

Les composantes du tenseur des contraintes généralisées (tension et flexion) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} N_{rr} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (e_{rr} + \nu e_{\theta\theta} + \eta (\dot{e}_{rr} + \nu \dot{e}_{\theta\theta})) \\ N_{\theta\theta} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (e_{\theta\theta} + \nu e_{rr} + \eta (\dot{e}_{\theta\theta} + \nu \dot{e}_{rr})) \\ N_{r\theta} &= 0 \\ M_{rr} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( k_{rr} + \nu k_{\theta\theta} + \eta (\dot{k}_{rr} + \nu \dot{k}_{\theta\theta}) \right) \\ M_{\theta\theta} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( k_{\theta\theta} + \nu k_{rr} + \eta (\dot{k}_{\theta\theta} + \nu \dot{k}_{rr}) \right) \\ M_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

où  $h$  est l'épaisseur de la membrane.

Enfin, le déplacement  $u^0$ , la déformation  $e^0$  et la contrainte  $N^0$  associés à la précontrainte constante  $e_0$  appliquée à la membrane sont :

$$u^0(r) = e_0 r, \quad e_{rr}^0 = e_{\theta\theta}^0 = e_0, \quad N_{rr}^0 = N_{\theta\theta}^0 = \frac{Eh}{1-\nu} e_0. \quad (3.4)$$

Nous écrivons maintenant l'équation gouvernant la membrane en utilisant le principe du travail virtuel appliqué à la surface de la membrane  $S_m = \pi R^2$  et en considérant  $p = P_+ - P_- = P_a - P_0$ , la différence de pression entre la pression au bord de la membrane côté  $z$  positifs (en pratique pression acoustique) et  $z$  négatifs (en pratique pression atmosphérique) :

$$- \int_{S_m} ((N^0 + N)\delta e + M\delta k) dS + \int_{S_m} p\delta w dS = \int_{S_m} \rho_m h \ddot{w} \delta w dS. \quad (3.5)$$

où  $\rho_m$  est la masse volumique du matériau constitutif de la membrane.

Nous appliquons ensuite une réduction de Rayleigh-Ritz avec une fonction de forme parabolique pour décrire la déformation transversale de la membrane, le degré de liberté  $q_m(t)$  étant le déplacement transversal du centre de la membrane :

$$\begin{aligned} w(r, t) &= \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2}\right) q_m(t), & u(r, t) &= 0 \\ \delta w(r, t) &= \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2}\right) \delta q_m(t), & \delta u(r, t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Cette fonction de forme permet d'écrire les expressions des différentes composantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{rr} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 = 2 \left(\frac{r q_m}{R^2}\right)^2 \\ k_{rr} = k_{\theta\theta} = \frac{2 q_m}{R^2} \\ e_{\theta\theta} = e_{r\theta} = k_{r\theta} = 0 \end{array} \right., \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta e_{rr} = \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial \delta w}{\partial r} = 4 \left(\frac{r}{R^2}\right)^2 q_m \delta q_m \\ \delta k_{rr} = \delta k_{\theta\theta} = \frac{2}{R^2} \delta q_m \end{array} \right., \quad (3.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{rr} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[ 2 \left(\frac{r q_m}{R^2}\right)^2 + 4 \eta \left(\frac{r}{R^2}\right)^2 q_m \dot{q}_m \right] = \frac{2Ehr^2}{(1-\nu^2)R^4} (q_m^2 + 2\eta q_m \dot{q}_m) \\ M_{rr} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{2 q_m}{R^2} + \nu \frac{2 q_m}{R^2} + \eta \left( \frac{2 \dot{q}_m}{R^2} + \nu \frac{2 \dot{q}_m}{R^2} \right) \right) = \frac{Eh^3}{6(1-\nu)R^2} (q_m + \eta \dot{q}_m) \\ M_{\theta\theta} = M_{rr} \end{array} \right. \quad (3.8)$$

En insérant 3.4, 3.6, 3.7 et 3.8 dans l'équation du principe des puissances virtuelles 3.5 nous obtenons l'équation suivante, qu'il faut ensuite exprimer sous une forme plus simple pour avoir l'équation finale de la membrane :

$$\begin{aligned} \int_0^R \bigg( & - \left[ \frac{Eh}{1-\nu} e_0 + \frac{2Ehr^2}{(1-\nu^2)R^4} (q_m^2 + 2\eta q_m \dot{q}_m) \right] \frac{4r^2}{R^4} q_m \delta q_m \\ & - 2 \frac{Eh^3}{6(1-\nu)R^2} (q_m + \eta \dot{q}_m) \frac{2}{R^2} \delta q_m \\ & + p \frac{R^2 - r^2}{R^2} \delta q_m \\ & - \rho_m h \frac{R^2 - r^2}{R^2} \ddot{q}_m \frac{R^2 - r^2}{R^2} \delta q_m \bigg) 2\pi r dr = 0 \end{aligned}$$

Le calcul de cette intégrale donne l'équation :

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{Eh}{1-\nu} e_0 \frac{R^4}{4} + \frac{2Eh}{(1-\nu^2)R^4} (q_m^2 + 2\eta q_m \dot{q}_m) \frac{R^6}{6} \right] \frac{4}{R^4} q_m 2\pi \\ & - 2 \frac{Eh^3}{6(1-\nu)R^2} (q_m + 2\eta \dot{q}_m) \frac{2}{R^2} \frac{R^2}{2} 2\pi + p \frac{R^2}{4} 2\pi - \rho_m h \ddot{q}_m \frac{R^2}{6} 2\pi = 0 \end{aligned}$$

qui devient après simplifications :

$$\frac{\rho_m h \pi R^2}{3} \ddot{q}_m + \frac{2\pi E h^3}{3(1-\nu)R^2} \left[ \left(1 + \frac{3R^2 e_0}{h^2}\right) q_m + \eta \dot{q}_m \right] + \frac{8\pi E h}{3(1-\nu^2)R^2} (q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m) = \frac{\pi R^2}{2} p \quad (3.9)$$

Nous écrivons enfin cette équation à un degré de liberté de la membrane sous la forme finale suivante :

$$m_m \ddot{q}_m + k_1 [(1 + \chi) q_m + \eta \dot{q}_m] + k_3 (q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m) = \frac{S_m}{2} p \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } m_m &= \frac{\rho_m h S_m}{3}, \quad \chi = \frac{3R^2 e_0}{h^2}, \quad S_m = \pi R^2 \\ k_1 &= \frac{2\pi E h^3}{3(1-\nu)R^2}, \quad k_3 = \frac{8\pi E h}{3(1-\nu^2)R^2} \end{aligned}$$

L'équation 3.10 obtenue est finalement et effectivement l'équation d'un oscillateur non linéaire essentiellement cubique et amorti. Le coefficient de raideur cubique obtenu est  $k_3$ . Cependant, une raideur linéaire est tout de même présente. Celle-ci a pour coefficient  $k_1$  à vide (sans précontrainte). Cette raideur peut être augmentée en ajoutant une précontrainte, représentée par le coefficient  $\chi$ , à la membrane. La raideur vaut alors  $k_1(1 + \chi)$ . Plus précisément,  $\chi$  est en fait le rapport entre la précontrainte  $e_0$  et la contrainte critique de flambage  $\frac{h^2}{3R^2}$ , de sorte que lorsque  $e_0 = -\frac{h^2}{3R^2}$ , alors  $1 + \chi = 0$ . Notons  $f_0$  la fréquence propre de la membrane à vide et  $f_1$  sa fréquence propre avec précontrainte. Nous avons alors  $k_1/m_m = (2\pi f_0)^2$  et  $k_1(1 + \chi)/m_m = (2\pi f_1)^2$ . Nous pouvons ainsi remplacer  $(1 + \chi)$  par  $(f_1/f_0)^2$ , qui est la forme que nous garderons pour la suite car nous avons une expression littérale de  $f_0$  et parce que la grandeur caractéristique de la tension de la membrane la plus facilement mesurable est  $f_1$ . D'après l'équation 3.10 obtenue, l'expression de  $f_0$  est  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi E h^2}{(1-\nu)\rho_m R^4}}$ . Or d'après le livre de A. Leissa ([32], tableau 2.1), cette fréquence a pour expression  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.0154\pi^4}{12} \frac{E h^2}{(1-\nu^2)\rho_m R^4}}$ . Afin d'améliorer notre modèle, nous remplaçons donc la valeur approchée donnée en 3.10, obtenue à cause de l'hypothèse de forme parabolique adoptée (qui permet l'obtention d'un coefficient de raideur non linéaire correct mais qui crée une erreur sur la raideur linéaire), par l'expression  $k_1 = \frac{1.0154\pi^5}{18} \frac{E h^3}{(1-\nu^2)R^2}$ , afin que  $k_1/m_m$  corresponde maintenant à  $(2\pi f_0)^2$ .

L'équation finale est donc la suivante :

$$m_m \ddot{q}_m + k_1 \left[ \left(\frac{f_1}{f_0}\right)^2 q_m + \eta \dot{q}_m \right] + k_3 (q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m) = \frac{S_m}{2} p \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } m_m &= \frac{\rho_m h S_m}{3}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.0154\pi^4}{12} \frac{E h^2}{(1-\nu^2)\rho_m R^4}}, \quad S_m = \pi R^2 \\ k_1 &= \frac{1.0154\pi^5}{36} \frac{E h^3}{(1-\nu^2)R^2}, \quad k_3 = \frac{8\pi E h}{3(1-\nu^2)R^2} \end{aligned}$$

Il est à noter qu'en plus d'un terme d'amortissement visqueux classique, un terme d'amortissement non linéaire en " $q_m^2 \dot{q}_m$ " est présent.

## 3.2 Caractérisation expérimentale de membranes

### 3.2.1 Mesure des paramètres physiques des membranes

Les différents paramètres du modèle de la membrane étant définis à partir de ses paramètres physiques, une mesure de ces derniers est bien entendu nécessaire. Nous avons à notre disposition trois membranes en latex différentes, d'épaisseurs 0.18, 0.39 et 0.62 mm. Nous prendrons donc les valeurs couramment utilisées pour ce matériau pour les deux paramètres suivant : masse volumique  $\rho_m = 980 \text{ kg.m}^{-3}$  et coefficient de poisson  $\nu = 0.49$ . En effet le latex est à peine moins dense que l'eau et quasiment incompressible. En ce qui concerne le module d'Young, nous avons effectué des essais de traction sur des bandes rectangulaires du même matériau que les trois membranes. La figure 3.2 présente les résultats de ces essais sous la forme de courbes contrainte/déformation.

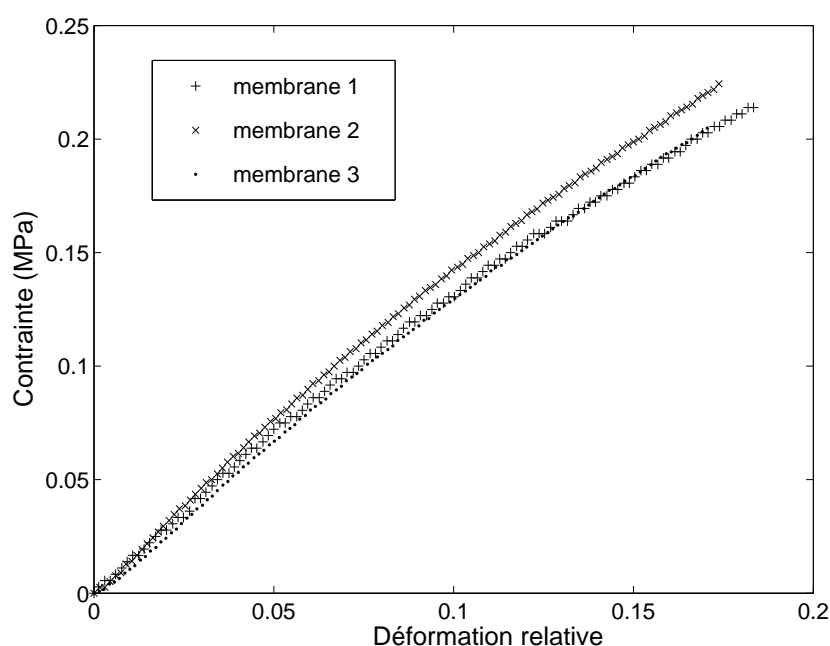


FIG. 3.2 – Courbes expérimentales contrainte/déformation pour les trois membranes.

Etant donné que nous sommes allés jusqu'aux grandes déformations (presque 20%) ces courbes ne sont pas des droites. Nous choisissons alors comme valeur du module d'Young la pente moyenne, bien que la définition de cette grandeur soit la pente à l'origine. Les résultats sont notés dans le tableau récapitulatif suivant :

	h (mm)	E (MPa)	$\rho_m \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$\nu$
membrane 1	0.18	1.17	980	0.49
membrane 2	0.39	1.29	980	0.49
membrane 3	0.62	1.20	980	0.49

### 3.2.2 Caractérisation de la raideur des membranes

Un second montage expérimental a été développé afin de caractériser la raideur transversale des membranes. Pour cela, un des premiers travaux de cette thèse a été de concevoir un support de membrane, permettant de la coincer efficacement afin d'assurer de bonnes conditions



d'encastrement, de changer de rayon et de permettre un réglage précis et indépendant de la tension. La figure 3.3 présente le schéma de principe de ce support. Le support supérieur est fixé de manière permanente au montage. La membrane est montée entre les bagues inférieure et supérieure qui forment un ensemble mobile par rapport au support inférieur, permettant ainsi d'allonger la membrane et donc de contrôler sa tension. Indépendamment de ce réglage de tension, il est possible de placer n'importe quelle paire de mors sur les supports. Une fois les mors et la membrane fixés et la tension réglée, l'ensemble inférieur vient se fixer sur l'ensemble supérieur, créant une membrane circulaire encastrée du diamètre (4, 6 ou 8 cm) et de la tension voulus.

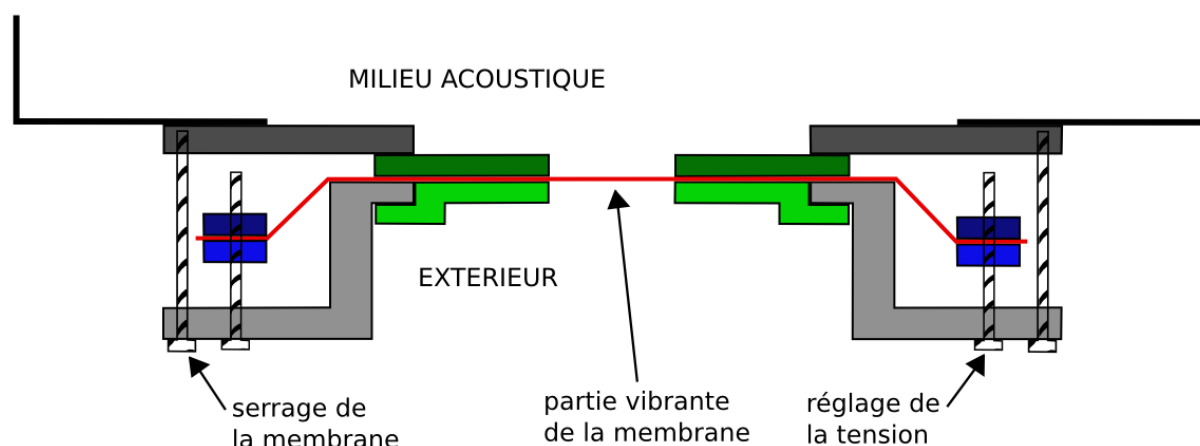


FIG. 3.3 – Schéma de principe du support de membrane. Gris foncé : support supérieur. Gris clair : support inférieur. Vert foncé : mors supérieur. Vert clair : mors inférieur. Bleu foncé : bague supérieure. Bleu clair : bague inférieure.

Dans le but de mesurer en quasi-statique la relation entre la pression appliquée d'un côté de la membrane et son déplacement, nous avons monté le support de membrane sur une cavité étanche (voir figure 3.4 et 3.5). Grâce à une pompe à vélo, nous pouvons augmenter la pression à l'intérieur de celle-ci, puis pendant un très lent "dégonflage" mesurer la différence de pression appliquée à la membrane. Pour cela, un capteur différentiel de pression ayant une mesure à l'intérieur de la cavité et une autre à l'extérieur a été utilisé. Simultanément à cette première mesure, le déplacement du centre de la membrane est mesuré par un capteur de déplacement laser par triangulation.

Toutes les combinaisons (épaisseur, rayon, tension) ont été mesurées, mais pour un évident souci de place et de lourdeur, seuls deux cas (cas 1 :  $h=0.18\text{mm}$ ,  $R=4\text{cm}$ , 3 tensions et cas 2 :  $h=0.62\text{mm}$ ,  $R=3\text{cm}$ , 3 tensions) seront présentés ici. Les caractéristiques mesurées dans chacun de ces deux cas apparaissent respectivement sur les figures 3.6(a) et 3.6(b) et montrent clairement que la raideur des membranes est effectivement cubique dans tous les cas, avec une contribution linéaire en plus dépendant de la tension. Nous voyons que ce paramètre n'affecte que cette partie linéaire de la raideur, alors que la partie cubique ne dépend que de la géométrie de la membrane et des paramètres mécaniques du matériau. Ces observations sont donc qualitativement en parfait accord avec l'équation 3.10. Quantitativement, une approximation polynomiale à l'ordre trois des caractéristiques mesurées donne les résultats suivants :



FIG. 3.4 – Photographie du montage expérimental de caractérisation de la raideur des membranes.

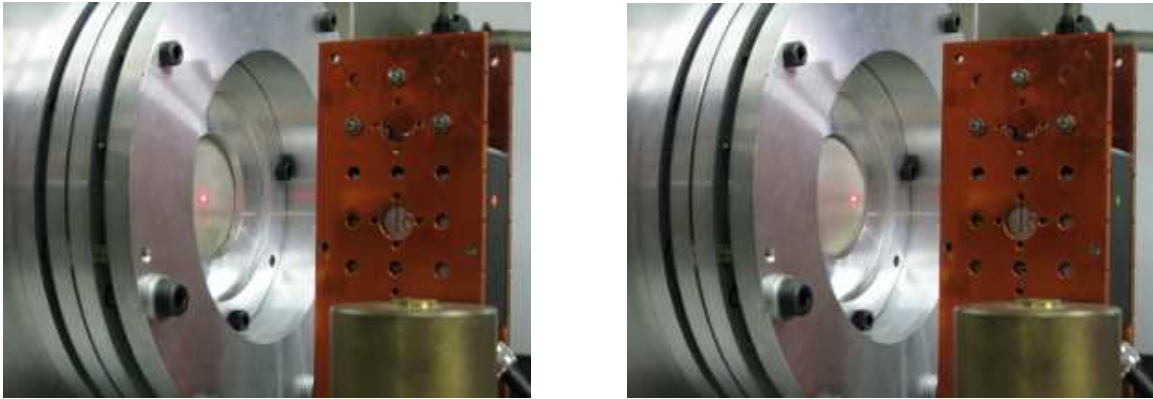
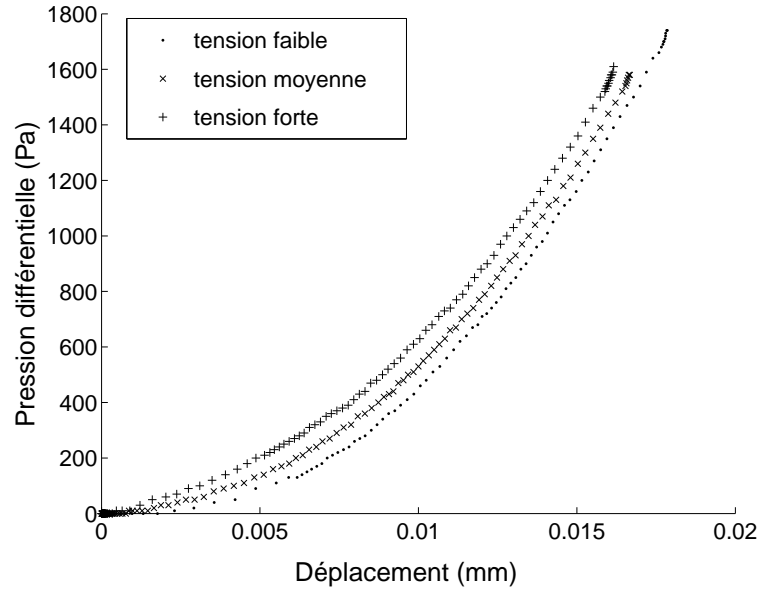


FIG. 3.5 – Photographies d'une membrane avec (à droite) et sans pression (à gauche) dans la cavité.

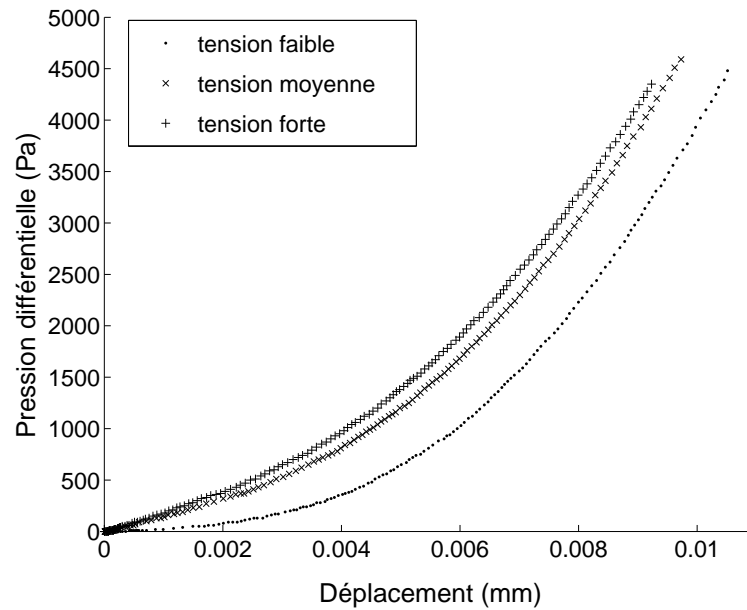
- **Cas 1**      Tension faible :  $\frac{S_m}{2}p = 51.55 q_m + 6.19 \cdot 10^5 q_m^3$   
                  Tension moyenne :  $\frac{S_m}{2}p = 68.65 q_m + 6.23 \cdot 10^5 q_m^3$   
                  Tension forte :  $\frac{S_m}{2}p = 95.80 q_m + 5.87 \cdot 10^5 q_m^3$
- **Cas 2**      Tension faible :  $\frac{S_m}{2}p = 59.7 q_m + 5.06 \cdot 10^6 q_m^3$   
                  Tension moyenne :  $\frac{S_m}{2}p = 218 q_m + 4.89 \cdot 10^6 q_m^3$   
                  Tension forte :  $\frac{S_m}{2}p = 272 q_m + 4.74 \cdot 10^6 q_m^3$

En comparaison, la valeur donnée par le modèle du coefficient  $k_3$  est de  $1.47 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-3}$  pour le cas 1 et  $9.23 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-3}$  pour le cas 2. L'accord n'est pas parfait, il y a un rapport d'environ deux entre les valeurs expérimentales et théoriques, mais elles sont tout de même du même

ordre de grandeur. Ne pouvant mesurer la tension ou la fréquence propre des membranes sur ce montage expérimental, nous ne pouvons pas faire de comparaison sur la valeur du coefficient  $k_1$ .



(a) Cas 1 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 4$  cm, trois tensions.



(b) Cas 2 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm, trois tensions.

FIG. 3.6 – Caractéristiques expérimentales pression/déplacement de deux membranes circulaires élastiques différentes plus ou moins tendues.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donc démontré, tant analytiquement qu'expérimentalement, qu'une simple membrane visco-élastique fine et circulaire constitue un oscillateur vibro-acoustique de raideur essentiellement cubique. Le matériau est linéaire mais la non-linéarité est obtenue géométriquement par le déplacement transversal. C'est sur ce constat que ce type d'absorbeur non linéaire a été utilisé dans cette thèse pour être couplé à un milieu acoustique et étudier le phénomène de pompage énergétique en acoustique. Le principe de ce couplage, le montage expérimental correspondant ainsi que le modèle complet de celui-ci sont présentés dans le chapitre suivant.



## Chapitre 4

# Couplage de la membrane avec un milieu acoustique

---

### Introduction

Partant de l'idée, présentée dans le premier chapitre, du couplage d'un système primaire linéaire à un oscillateur non linéaire permettant d'avoir une technique de contrôle des vibrations aux propriétés intéressantes et de la possibilité d'avoir un oscillateur vibro-acoustique non linéaire avec une membrane, nous avons construit un moyen de coupler celle-ci à un milieu primaire acoustique. Ce chapitre est ainsi consacré au principe de couplage, à sa réalisation expérimentale ainsi qu'à l'élaboration d'un modèle à deux degrés de liberté le décrivant.

## 4.1 Principe

Le simple système à deux degrés de libertés (2 ddl) décrit dans le premier chapitre (figure 1.11) (un système primaire linéaire masse/ressort couplé par une faible raideur à un absorbeur non linéaire masse/ressort cubique) a servi de base à la conception d'un montage expérimental où le système primaire est un milieu acoustique et l'absorbeur non linéaire une membrane.

En tant que système primaire, nous considérons le premier mode acoustique d'un tube cylindrique ouvert à ces deux extrémités, de longueur  $L$  et de section  $S_t = \pi R_t^2$ . Lorsque l'air à l'intérieur du tube vibre sur ce mode, la pression acoustique est nulle aux extrémités du tube et maximale au milieu, tandis que la vitesse acoustique de l'air est maximale aux extrémités et nulle au milieu. Autrement dit, une représentation discrète simplifiée de ce mode de vibration peut être obtenue en considérant deux masses d'air se déplaçant avec la même amplitude mais en opposition de phase aux extrémités du tube et connectées par un ressort représentant la compressibilité de l'air. Ceci constitue ainsi une analogie à un système mécanique à 1 ddl masse/ressort. Le but est alors d'agir sur ce système, grâce à un absorbeur non linéaire, afin de limiter ses vibrations et donc le niveau sonore. Comme nous l'avons vu dans le précédent chapitre, cet absorbeur est une membrane fine circulaire visco-élastique qui constitue un oscillateur vibro-acoustique de raideur essentiellement cubique. Le faible couplage entre les deux oscillateurs est assuré par la compressibilité de l'air d'une boîte de volume important placée entre ces deux éléments. Le schéma de principe de cet ensemble est présenté sur la figure 4.1.

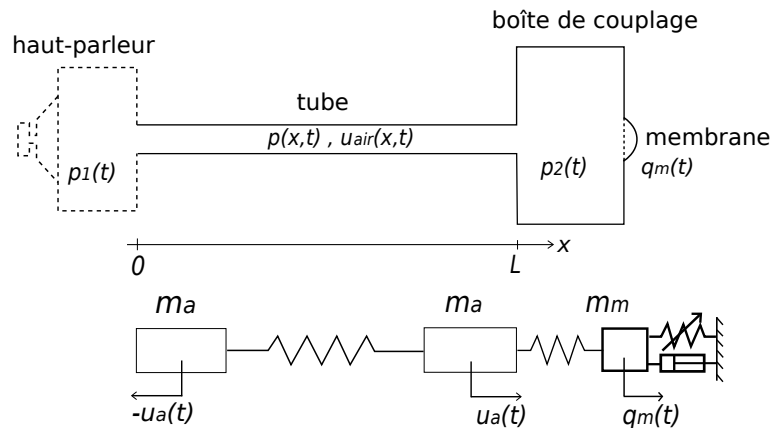


FIG. 4.1 – Schéma de principe du montage expérimental.

## 4.2 Réalisation

Le montage expérimental basé sur ces principes a été réalisé (voir figure 4.2) et a effectivement permis d'observer le phénomène de pompage énergétique du milieu acoustique vers la membrane. En pratique, le tube est en forme de U de manière à ce qu'il puisse être allongé ou raccourci sans toucher au reste du dispositif, à la manière d'un trombone à coulisse. Sa longueur peut ainsi varier entre 1.5 et 2.5 m, correspondant à des premières fréquences de résonance comprises entre 75 et 120 Hz. Le diamètre du tube  $d = 94$  mm étant petit devant sa longueur  $L$ , le fait qu'il soit droit ou courbé n'a pas d'importance pour les basses fréquences employées. Le volume de la boîte de couplage est de  $V_2 = 27$  L. Le support de membrane décrit précédemment est monté sur cette boîte, du côté opposé au tube. Pour la source, nous utilisons un haut-parleur prévu

pour les forts niveaux, relié au tube par l'intermédiaire d'une boîte de couplage. Un analyseur contrôle l'excitation du haut-parleur et recueille deux mesures : la pression acoustique mesurée au milieu du tube par un microphone et la vitesse de la membrane mesurée en son centre par un vibromètre laser.

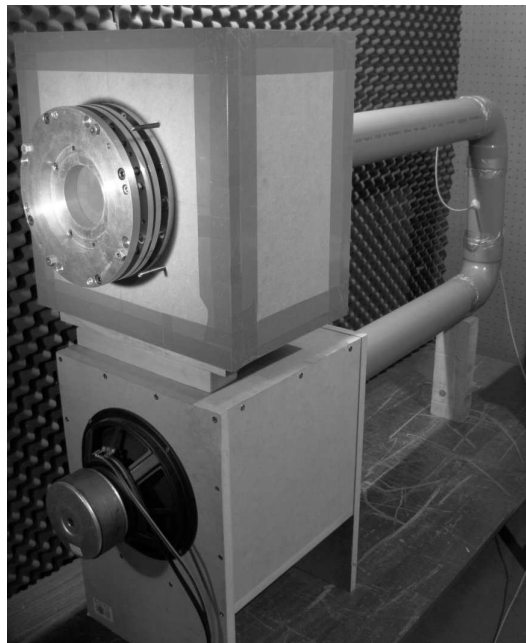
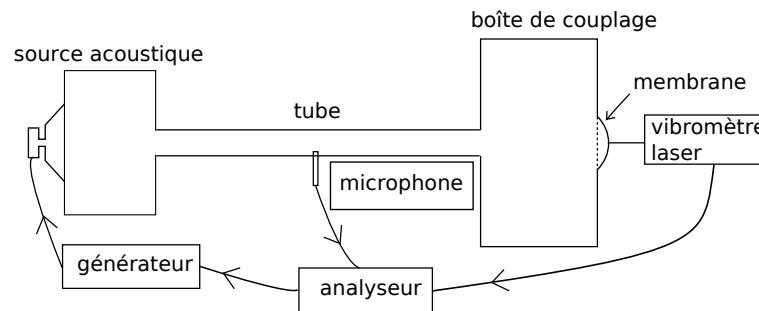


FIG. 4.2 – Schéma et photographie du montage expérimental.

### 4.3 Modélisation

Un simple modèle du montage expérimental est présenté dans cette partie. Le milieu acoustique et l'absorbeur non linéaire sont chacun modélisés par un système à un degré de liberté, permettant d'arriver à un système global à deux degrés de liberté pour le montage.

#### 4.3.1 Le classique système mécanique à deux degrés de liberté

Pour analyser le phénomène de pompage énergétique, la communauté scientifique concernée a d'abord et principalement utilisé un simple système mécanique à deux degrés de liberté. Une masse et un ressort linéaire amorti constituent le système linéaire primaire à protéger, et une



masse et une raideur cubique amortie linéairement forment l'absorbeur non linéaire. Un faible couplage entre ces deux oscillateurs est réalisé par une faible raideur linéaire placée entre ceux-ci. Le système non linéaire étant relié au bâti, cette disposition est appelée dans la littérature la configuration “grounded”. L'autre système classique est basé sur la configuration “non grounded” où l'absorbeur non linéaire est directement et uniquement attaché au système linéaire. Il a été montré (voir [25]) que, par un simple changement de variable, il est possible de passer d'une configuration à l'autre et que les deux types de systèmes sont donc équivalents. Dans notre cas, puisque la membrane est obligatoirement attachée au bâti, nous sommes donc bien dans la configuration “grounded”.

Soient  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  les déplacements respectifs des masses du système linéaire primaire et du système non linéaire. Le système d'équations (adimensionnelles) de la configuration “grounded” est le suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + a \dot{u}_1 + u_1 + b(u_1 - u_2) &= 0 \\ c \ddot{u}_2 + d \dot{u}_2 + e u_2^3 + b(u_2 - u_1) &= 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $b$  est le petit coefficient de couplage,  $c$  le rapport des masses,  $a$  et  $d$  les coefficients d'amortissement respectifs des systèmes linéaire et non linéaire, et  $e$  le coefficient de raideur cubique.

Malgré sa simplicité apparente, ce système a une dynamique très complexe qui a été étudiée et décrite dans [25, 27, 9, 11, 22, 35, 20, 50, 51, 45]. Sans entrer dans les détails, rappelons que celle-ci peut notamment être mise en évidence par l'étude des modes non linéaires du système couplé. Ceci sera donc fait pour notre modèle, mais voyons tout d'abord comment celui-ci est établi.

### 4.3.2 Le tube

Etant donné que la longueur du tube est grande devant son diamètre, celui-ci est considéré comme unidimensionnel. Notons  $u_{air}(x, t)$  et  $p(x, t)$  respectivement le déplacement de l'air et la pression dans le tube. Le mouvement de l'air est gouverné par les équations de conservation suivantes :

$$\rho_a \frac{\partial^2 u_{air}}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.2)$$

$$p = -\rho_a c_0^2 \frac{\partial u_{air}}{\partial x} , \quad (4.3)$$

avec les conditions aux limites  $p(0, t) = p_1(t)$  et  $p(L, t) = p_2(t)$ . Ici,  $\rho_a$  est la masse volumique de l'air et  $c_0$  la vitesse du son dans l'air. Afin d'appliquer une réduction de Ritz à un degré de liberté, nous écrivons ces équations sous la forme variationnelle suivante :

$$\begin{aligned} \int_0^L \rho_a S_t \frac{\partial^2 u_{air}}{\partial t^2} \delta u_{air} dx = & - \int_0^L \rho_a S_t c_0^2 \frac{\partial u_{air}}{\partial x} \frac{\partial \delta u_{air}}{\partial x} dx \\ & - p_2(t) S_t \delta u_{air}(L, t) + p_1(t) S_t \delta u_{air}(0, t) . \end{aligned} \quad (4.4)$$

La fonction de forme adoptée pour  $u_{air}(x, t)$  est exactement celle du premier mode acoustique du tube. Soit  $u_a(t)$  le déplacement de l'air à l'extrémité du tube côté membrane ( $x = L$ ). Celui-ci est positif lorsque l'air sort du tube.

$$u_{air}(x, t) = u_a(t) \left( -\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right) \quad (4.5)$$

$$\delta u_{air}(x, t) = \delta u_a(t) \left( -\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right) . \quad (4.6)$$

La réduction de Rayleigh-Ritz permet d'arriver à l'équation différentielle suivante :

$$\left(\frac{\rho_a S_t L}{2}\right) \ddot{u}_a + \left(\frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L}\right) u_a = -p_1 S_t - p_2 S_t . \quad (4.7)$$

Nous prenons maintenant en compte l'amortissement en introduisant un terme visceux avec un coefficient  $c_f$ . L'équation finale du tube, dont la représentation schématique apparaît sur la figure 4.3, est donc la suivante :

$$m_a \ddot{u}_a + c_f \dot{u}_a + k_a u_a = -p_1 S_t - p_2 S_t \quad (4.8)$$

où  $m_a = \frac{\rho_a S_t L}{2}$  ,  $k_a = \frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L}$  .

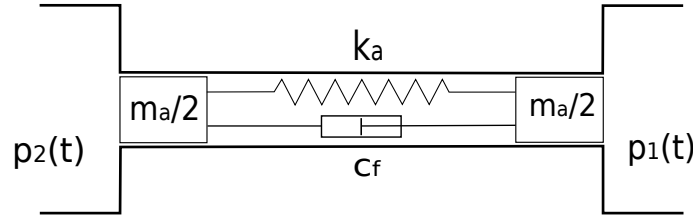


FIG. 4.3 – Schéma de l'analogie mécanique représentant l'oscillateur primaire.

### 4.3.3 La boîte de couplage

Le volume de la boîte de couplage est considéré suffisamment grand pour faire l'hypothèse d'une pression  $p_2$  spatialement constante à l'intérieur de celle-ci. Cette pression est reliée à la variation de volume  $\frac{\Delta V_2}{V_2}$ , due au mouvement de la membrane d'un côté et à celui de la masse d'air du tube de l'autre, par la relation suivante :

$$p_2(t) = \rho_a c_0^2 \frac{\Delta V_2}{V_2} \quad (4.9)$$

$$= k_b [S_t u_a(t) - \frac{S_m}{2} q_m(t)] \quad (4.10)$$

$$\text{avec } k_b = \frac{\rho_a c_0^2}{V_2} .$$

### 4.3.4 La source sonore

Pour des raisons de simplicité, la boîte d'entrée du tube, le haut-parleur, le système d'amplification ainsi que le contrôleur, c'est-à-dire toute la chaîne d'entrée, n'ont pas été modélisés. Nous supposons simplement que l'excitation produit une pression acoustique périodique qui agit comme une source à l'entrée du tube avec une amplitude  $P_1$  et une fréquence  $\Omega$  :

$$p_1(t) = P_1 \cos(\Omega t) \quad (4.11)$$

### 4.3.5 Le système à deux degrés de liberté final

En insérant les équations 4.9 et 4.11 dans 4.8 et 3.11, nous obtenons le système d'équations final à deux degrés de liberté suivant, dont on rappelle l'expression des paramètres :

$$m_a \ddot{u}_a + c_f \dot{u}_a + k_a u_a + S_t k_b (S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m) = F \cos(\Omega t) \quad (4.12)$$

$$m_m \ddot{q}_m + k_1 \left[ \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q_m + \eta \dot{q}_m \right] + k_3 [q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m] + \frac{S_m}{2} k_b \left( \frac{S_m}{2} q_m - S_t u_a \right) = 0 \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } m_a &= \frac{\rho_a S_t L}{2}, \quad m_m = \frac{\rho_m h S_m}{3} \\ k_b &= \frac{\rho_a c_0^2}{V_2}, \quad k_a = \frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L} \\ k_1 &= \frac{1.015^4 \pi^5}{36} \frac{E h^3}{(1 - \nu^2) R^2}, \quad k_3 = \frac{8\pi E h}{3(1 - \nu^2) R^2} \\ f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.015^4 \pi^4}{12} \frac{E h^2}{(1 - \nu^2) \rho_m R^4}}, \quad S_m = \pi R^2 \end{aligned}$$

Afin de comparer le système d'équations issu de notre modélisation au système 4.1 adimensionné couramment utilisé par la communauté dans la littérature, nous allons procéder à son adimensionnement. Des quantités adimensionnelles sont introduites en normalisant  $q_m$  par l'épaisseur de la membrane  $h$  et  $u_a$  par  $h$  et le rapport de section  $\frac{2S_t}{S_m}$ . Le temps est normalisé par la première pulsation propre du tube  $\omega_1$ .

$$q = \frac{q_m}{h}, \quad u = \frac{u_a}{h} \frac{2S_t}{S_m}, \quad \tau = \omega_1 t, \quad \text{avec}, \quad \omega_1 = \frac{c_0 \pi}{L}. \quad (4.14)$$

En insérant ces quantités dans les équations 4.8 et 3.11, en prenant 4.9 et 4.11 en compte, nous obtenons finalement le système adimensionné à deux degrés de liberté suivant :

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + \lambda \frac{du}{d\tau} + u + \beta(u - q) = F \cos\left(\frac{\Omega}{\omega_1} \tau\right) \quad (4.15)$$

$$\gamma \frac{d^2 q}{d\tau^2} + c_1 \left[ \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q + \eta \omega \frac{dq}{d\tau} \right] + c_3 (2\eta \omega q^2 \frac{dq}{d\tau} + q^3) = \beta(u - q) \quad (4.16)$$

$$\text{avec } \beta = \frac{2S_t L}{V_2 \pi^2}, \quad \lambda = \frac{2c_f}{\rho_a S_t c_0 \pi}, \quad \gamma = \frac{8}{3} \frac{\rho_m h S_t}{\rho_a L S_m} \quad (4.17)$$

$$c_1 = \frac{2 * 1.015^4 \pi}{9(1 - \nu^2)} \frac{E h^3 L S_t}{\rho_a c_0^2 R^6}, \quad c_3 = \frac{64}{3\pi^3(1 - \nu^2)} \frac{E h^3 L S_t}{\rho_a c_0^2 R^6} \quad (4.18)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.015^4 \pi^4 E h^2}{12(1 - \nu^2) R^2}} \quad (4.19)$$

Ce système diffère du système classique 4.1 sur les points suivants :

- l'absorbeur non linéaire n'a pas une raideur cubique pure. Un terme de raideur linéaire est présent. Il dépend de la prétension dans la membrane mais reste néanmoins non nul même avec une prétension nulle. Cependant, en grand déplacement, le terme cubique sera prépondérant devant cette contribution linéaire,
- en plus d'un terme d'amortissement visqueux classique pour la membrane, un terme d'amortissement non linéaire en " $q_m^2 \dot{q}_m$ " est présent et même prépondérant en grand déplacements.

Malgré ces différences, les deux systèmes sont très similaires et de rapides expériences numériques ont montré que le système 4.15 permettait effectivement de reproduire le phénomène de pompage énergétique avec des valeurs de  $\chi$  pas trop importantes, un paramètre  $\gamma$  proche de l'unité et un petit coefficient de couplage  $\beta$ . Le principe et le dimensionnement du montage semble donc théoriquement judicieux pour observer le phénomène en acoustique.

#### 4.3.6 Modes non linéaires

Il a été montré que le pompage énergétique est intimement lié à une capture de résonance 1 :1 (voir [59]), l'absorbeur captant la résonance du milieu primaire. Ceci peut être mis en évidence par l'étude des modes non linéaires du système non-amorti. Pour les calculer, la méthode de l'équilibrage harmonique est utilisée. Les déplacements des deux oscillateurs sont alors exprimés sous la forme  $u_a(t) = U \cos(\omega t)$  et  $q_m(t) = Q \cos(\omega t)$ . En introduisant ces expressions dans le système 4.12 (sans les termes d'amortissement), avec  $F = 0$  et en négligeant les harmoniques supérieures, nous obtenons le système algébrique suivant pour les amplitudes  $U$  et  $Q$  :

$$\begin{aligned} (-m_a\omega^2 + k_a + S_t^2 k_b)U - S_t \frac{S_m}{2} k_b Q &= 0 \\ (-m_m\omega^2 + k_1(\frac{f_1}{f_0})^2 + (\frac{S_m}{2})^2 k_b)Q - S_t \frac{S_m}{2} k_b U + \frac{3}{4} k_3 Q^3 &= 0 . \end{aligned}$$

Ce système peut aisément être résolu et donne les expressions suivantes pour les deux déplacements :

$$U(\omega) = \frac{S_t S_m k_b}{2(-m_a\omega^2 + k_a + S_t^2 k_b)} Q \quad (4.20)$$

$$Q(\omega) = \pm \sqrt{\frac{4}{3k_3} (m_m\omega^2 - k_1(\frac{f_1}{f_0})^2 - (\frac{S_m}{2})^2 k_b + \frac{(S_t S_m k_b)^2}{4(-m_a\omega^2 + k_a + S_t^2 k_b)})} \quad (4.21)$$

Pour la configuration  $h = 0.6$  mm,  $R = 30$  mm,  $f_1 = 57$  Hz, les valeurs de ces solutions sont tracées en fonction de  $\omega$  et apparaissent sur la figure 4.4. Compte tenu du fait que les mouvements des deux oscillateurs sont supposés synchrones à la même fréquence (capture de résonance 1 :1), nous appelons la solution où  $u_a(t)$  et  $q_m(t)$  sont en opposition de phase le mode non linéaire  $S11-$  et la solution où ils sont en phase le mode  $S11+$  (notation utilisée généralement dans la littérature, voir par exemple [27, 24]).

Grâce aux équations du modèle, l'énergie  $E$  du système global peut être définie comme suit :

$$E(\omega) = \frac{1}{2} k_a U(\omega)^2 + \frac{1}{2} k_1 (\frac{f_1}{f_0})^2 Q(\omega)^2 + \frac{1}{4} k_3 Q(\omega)^4 + \frac{1}{2} k_b (S_t U(\omega) - \frac{S_m}{2} Q(\omega))^2 . \quad (4.22)$$

Nous pouvons maintenant tracer à nouveau les solutions  $S11-$  et  $S11+$ , mais dans un diagramme fréquence-énergie totale visible sur la figure 4.5. Comme nous le verrons plus tard, ce mode de représentation est très utile pour décrire et comprendre le phénomène de pompage énergétique. Cependant, en associant les deux oscillateurs en une grandeur d'énergie totale, la localisation de l'énergie dans l'un ou l'autre de ceux-ci n'est plus visible. Pour observer cela, il faut alors se reporter à la première représentation des modes en amplitude de la figure 4.4.

Deux commentaires peuvent d'ores et déjà être faits grâce à ces figures :

- Sur le diagramme 4.5, nous avons globalement deux courbes qui se croisent. Une horizontale correspondant à la caractéristique du système primaire linéaire, et une courbe oblique

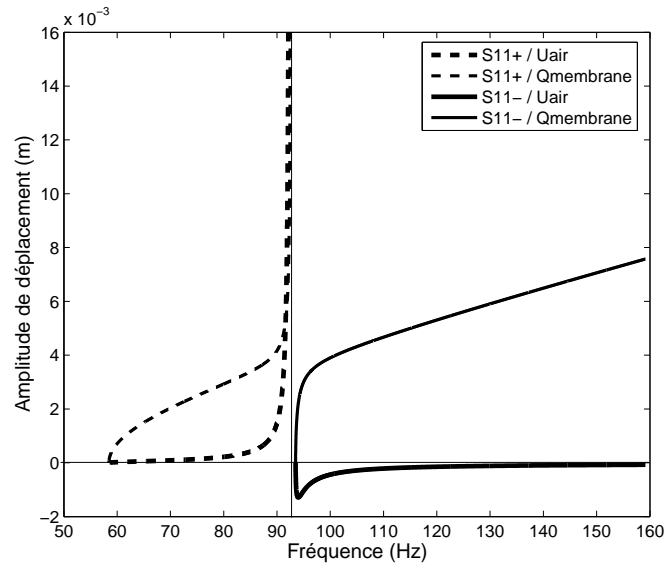


FIG. 4.4 – Modes non linéaires du système - Amplitudes de déplacement en fonction de la fréquence.

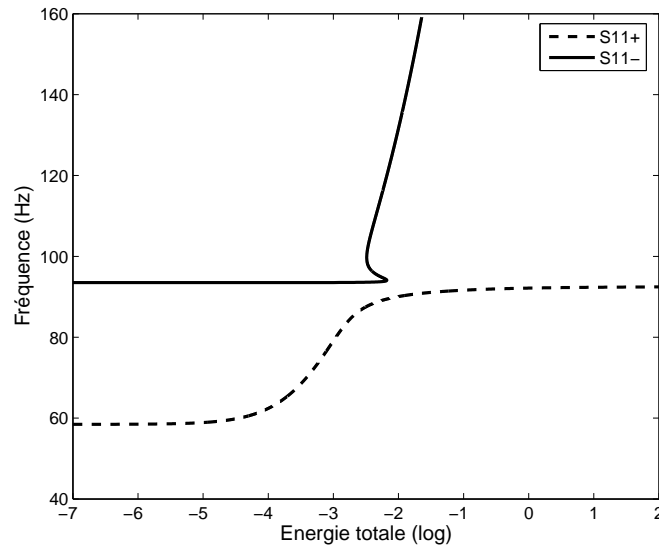


FIG. 4.5 – Modes non linéaires du système dans le diagramme énergie-fréquence.

pour la raideur cubique de la membrane. Lorsqu'un couplage entre les deux oscillateurs est ajouté, ces deux caractéristiques se lient pour former les deux modes non linéaires  $S11-$  et  $S11+$ . Dans les basses énergies, ces modes sont représentés par des droites horizontales et coïncident en fait avec les modes linéaires du tube (ligne horizontale à 92 Hz) et de la membrane (ligne horizontale à 57 Hz).

- Lorsque l'on est sur la première fréquence de résonance du tube, ici à 92 Hz, deux possibilités existent pour le système en fonction de l'énergie. Si l'énergie est faible, le système est sur le

mode  $S11-$ . Sur cette partie du mode, l'énergie est localisée sur le tube, c'est donc une zone qui n'est pas intéressante dans notre cas. Par contre, à partir d'un certain seuil d'énergie, le système sera sur le mode  $S11+$ . Les deux oscillateurs sont dans ce cas en phase, la capture de résonance a eu lieu et un transfert d'énergie est donc possible. En effet, dans cette partie horizontale du mode  $S11+$ , l'énergie est partagée entre les deux systèmes. C'est surtout ensuite, si l'on suppose que le système est initialement sur un point de cette zone, que l'on peut s'attendre à observer ce que l'on cherche, c'est-à-dire une complète localisation de l'énergie sur l'oscillateur non linéaire. En effet, par amortissement, l'énergie va décroître. En suivant le chemin du mode  $S11+$ , le système va entrer dans la zone oblique du mode qui, comme on le voit sur la représentation en amplitude, correspond à une zone où l'énergie est quasiment entièrement localisée sur l'absorbeur non linéaire. Le transfert aura donc été complet. Ces simples représentations des deux premiers modes non linéaires font donc déjà apparaître plusieurs caractéristiques du phénomène. L'observation réelle de celui-ci et son explication plus complète font l'objet du chapitre suivant.

## Conclusion

Basé sur une analogie à un système connu pour étudier le pompage énergétique, nous avons ainsi pu mettre au point un montage expérimental pour observer le phénomène sur un milieu acoustique. Une modélisation de ce montage a été réalisée, permettant d'aboutir à un système à deux degrés de liberté proche du système typique donné par le couplage d'un oscillateur linéaire à un oscillateur à raideur cubique. Ceci est déjà une sorte de validation du principe du montage. A partir de ce modèle, les premiers modes non linéaires du système ont pu être tracés, permettant déjà de comprendre une partie du phénomène et de cibler les zones intéressantes à atteindre. Les phénomènes observés expérimentalement grâce à ce montage font l'objet du chapitre suivant.



## Chapitre 5

# Le pompage énergétique : principaux résultats expérimentaux et numériques

---

### Introduction

Le principe du dispositif expérimental ainsi que le modèle associé étant vus, nous présentons dans ce chapitre les différents résultats expérimentaux, ainsi que leurs comparaisons avec les résultats numériques, permettant de comprendre les caractéristiques et le fonctionnement du phénomène de pompage énergétique. Pour chaque point, les présentations ne seront faites qu'avec une ou deux configurations, les études paramétriques faisant l'objet du chapitre suivant.

Les différents régimes observés sous excitation harmonique seront tout d'abord abordés, suivis des comportements en oscillations libres et de l'étude des réponses fréquentielles.



## 5.1 Les différents régimes observés sous excitation sinusoïdale

Dans cette partie, nous nous intéressons au comportement du système sous excitation sinusoïdale à la fréquence du premier mode acoustique du tube. En raison de la présence d'une non-linéarité, plusieurs types de comportements sont observés en fonction de l'amplitude de l'excitation. Ces différents régimes ont été mesurés avec de nombreuses configurations de membrane, cependant ceux-ci sont toujours qualitativement similaires, c'est-à-dire que les mécanismes et les explications sont toujours les mêmes. Ainsi, seules deux configurations seront présentées, ce qui représente déjà un grand nombre de figures. Chaque mesure sera également suivie de la simulation associée, afin de comparer le modèle à l'expérience. Ces deux configurations sont donc :

- configuration 1 :  $L = 2$  m,  $R = 2$  cm,  $h = 0.18$  mm,  $f_1 = 62$  Hz,
- configuration 2 :  $L = 2$  m,  $R = 3$  cm,  $h = 0.39$  mm,  $f_1 = 73$  Hz.

### 5.1.1 Configuration 1

#### Signaux temporels sous excitation sinusoïdale

La série de sous-figures 5.1 présente les différents régimes observés, pour la configuration 1, dans l'ordre croissant d'amplitude d'excitation. Y figurent le signal temporel d'entrée envoyé au haut-parleur (en haut en V, amplitude  $\mathcal{A}$ , fréquence du premier mode du tube), la mesure de la pression  $p$  au milieu du tube (au milieu en Pa), la mesure de la vitesse  $\dot{q}_m$  au centre de la membrane (en bas en  $\text{m.s}^{-1}$ ) ainsi que le diagramme du déplacement au centre de la membrane  $q_m$  (en mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (en mm) permettant de mettre en évidence le décalage de phase entre les deux signaux représentant les deux degrés de liberté homogènes du modèle. Pour passer de la vitesse de la membrane à son déplacement, une simple intégration est calculée, et pour passer de la pression au milieu du tube au déplacement de l'air en bout de tube, nous utilisons la relation entre les amplitudes  $u_0$  et  $p_0$  présentée précédemment  $u_0 = p_0 \frac{L}{\rho_a c_0^2 \pi}$  et le fait que  $u_a$  et  $p$  sont nécessairement en opposition de phase sur le premier mode du tube. La relation entre  $u_a$  et  $p$  est donc :  $u(L, t) = -p(L/2, t) \frac{L}{\rho_a c_0^2 \pi}$ .

En dessous d'un certain seuil d'excitation que l'on nommera  $S_1$ , le régime observé est périodique. Les figures correspondantes sont indexées 5.1(a), 5.1(b) et 5.1(c). Les régimes présentés sur ces figures montrent une réponse du système où l'amplitude du signal de pression acoustique croît avec l'amplitude d'excitation, ceci de façon relativement linéaire, et où l'amplitude du signal de vitesse de la membrane suit cette même croissance. Le diagramme de droite du déplacement de la membrane en fonction de celui de l'air permet de voir que ceux-ci sont en opposition de phase sur ce régime.

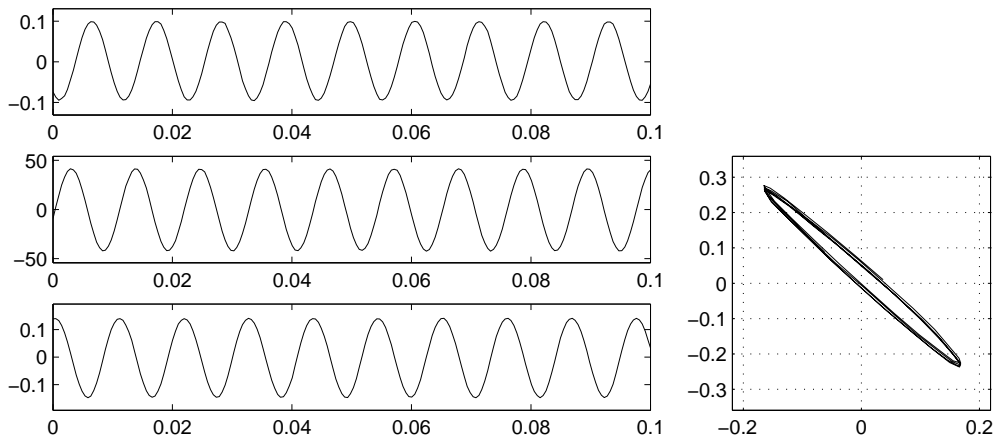
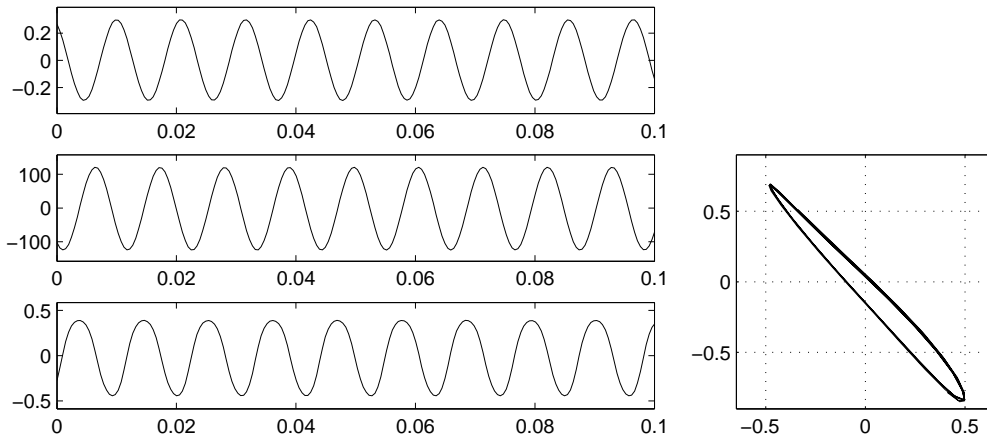
Au dessus du seuil  $S_1$  et en dessous d'un second seuil  $S_2$ , le régime devient quasi-périodique. Trois cas de ce régime sont présentés sur les figures 5.1(d), 5.1(e) et 5.1(f). Ce régime est tout à fait particulier et caractéristique du phénomène de pompage énergétique et de transfert d'énergie vers un absorbeur non linéaire. Dans chacun de ces trois cas, le régime observé correspond au même mécanisme où le système alterne indéfiniment entre deux comportements : La pression acoustique croît sur un régime similaire au premier régime périodique observé pour les faibles excitations (c'est-à-dire que les déplacements sont en opposition de phase), puis dès que celle-ci atteint un certain niveau, ici proche de 500 Pa, la membrane s'active et se place en phase avec le déplacement de l'air provoquant le phénomène de pompage énergétique qui se traduit par une décroissance de la pression acoustique dans le tube. Ce placement de la membrane en phase avec le déplacement de l'air en bout de tube est appelé dans la littérature capture de résonance

(voir [59, 23, 45]). Plus particulièrement, nous assistons ici à une capture de résonance 1 :1 du tube par la membrane puisque lors de ce phénomène, les deux oscillateurs vibrent en phase à la même fréquence. Pendant cette phase, un transfert d'énergie a lieu du milieu acoustique vers l'oscillateur non linéaire. A la fin de la phase de pompage énergétique, la pression acoustique dans le tube devient trop faible pour maintenir la large vibration de la membrane. Celle-ci lâche alors la résonance 1 :1 pour se replacer en opposition de phase avec l'air en bout de tube et laisser la pression acoustique croître à nouveau. Le cycle se reproduit ensuite indéfiniment. Ce régime, caractéristique du pompage énergétique, est ainsi du même type que celui des publications [10, 52] dans lesquelles une étude théorique de ces propriétés est réalisée.

Au dessus du seuil  $S_2$ , le régime observé redevient périodique. Quatre exemples de celui-ci sont donnés sur les figures 5.1(g), 5.1(h), 5.1(i) et 5.1(j). Nous pouvons alors voir que, pour les fortes excitations, le système se stabilise sur le second type de comportement du régime quasi-périodique décrit ci-dessus. En effet le fort niveau de la source permet à la membrane de rester active et au système de se maintenir sur la capture de résonance 1 :1 avec des signaux de déplacement en phase. Notons que les déplacements des deux oscillateurs sont de plus en plus parfaitement en phase avec l'augmentation du niveau de l'excitation, comme en témoignent les diagrammes de droite de plus en plus étroits. Nous arrivons ainsi pour les premiers exemples (figures 5.1(g) et 5.1(h)) à observer des réponses où le niveau acoustique reste modéré malgré le fort niveau d'excitation, alors que la membrane vibre sous de grandes amplitudes (vingt fois son épaisseur) et concentre l'énergie sur elle-même. Les diagrammes de droite permettent de clairement voir la forte localisation de l'énergie sur la membrane pour ces deux figures. Lorsque le niveau de la source augmente encore (figures 5.1(i) et 5.1(j)), cette localisation se perd progressivement. En effet, sur ce régime, la membrane capte la résonance du tube et se place sur son point de fonctionnement correspondant à cette fréquence. En tant qu'oscillateur essentiellement cubique, son amplitude est alors fixée. Ainsi, lorsque l'on augmente l'amplitude de la source, c'est principalement le milieu acoustique qui suivra cette augmentation, alors que l'amplitude de vibration de la membrane ne pourra presque pas croître.

### Niveaux successifs d'amplitude de vibration

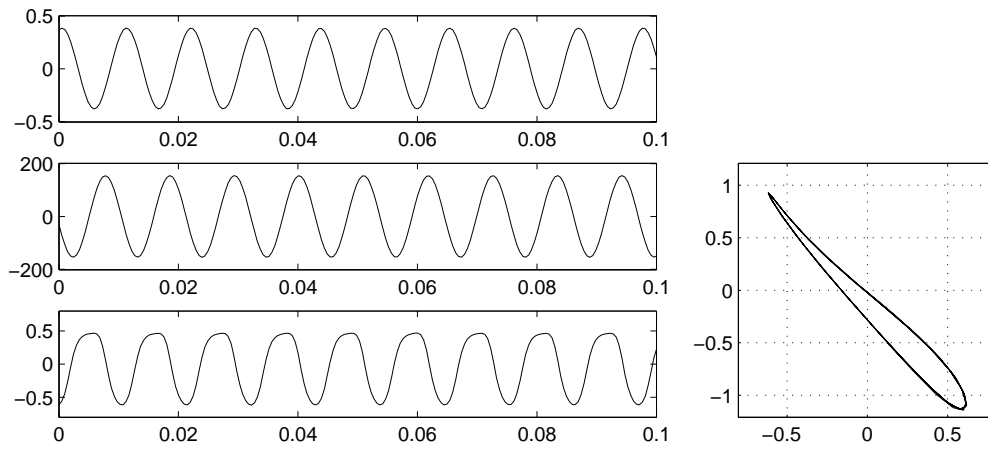
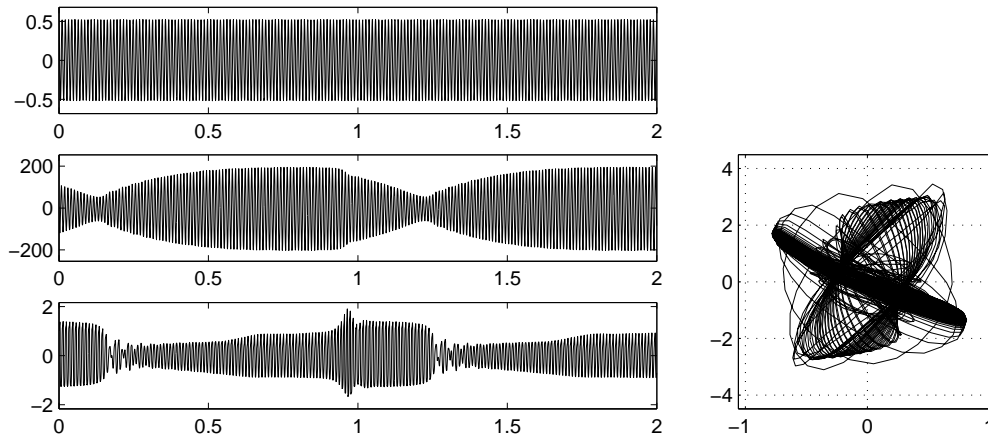
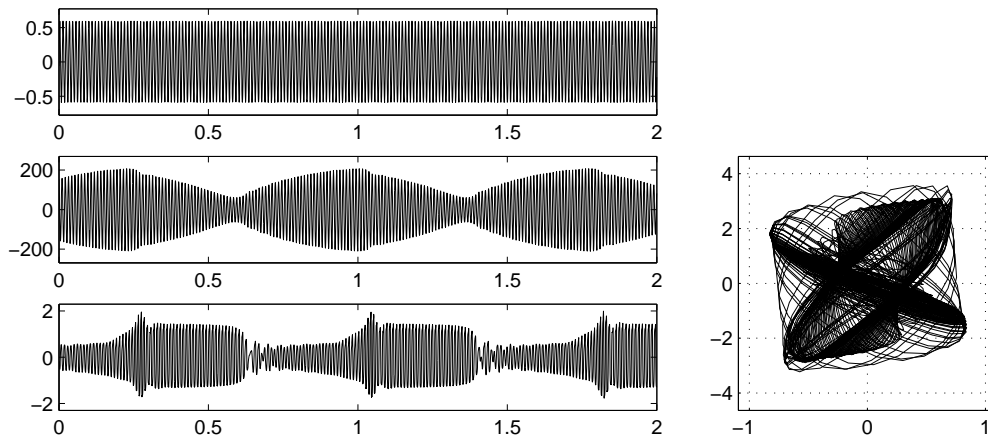
Pour chaque sous-figure de la série 5.1, un couple de valeurs correspondant aux amplitudes maximales de déplacement des deux oscillateurs peut être défini. Ces couples de valeurs sont alors reportés, en fonction de l'amplitude d'excitation correspondante, dans la figure 5.2 où sont présents les résultats de toute la série de mesures dont font partie les dix exemples de la figure 5.1. La figure 5.2 est donc une sorte de récapitulatif de cette série, mettant en évidence clairement les trois zones correspondant aux trois différents comportements décrits ci-dessus. Dans la première zone (faibles niveaux d'excitation), les amplitudes de vibrations des deux oscillateurs augmentent ensemble avec le niveau d'excitation. Dans la seconde (régime quasi-périodique), la membrane vibre soudainement sous de grandes amplitudes et surtout le niveau de vibration du milieu primaire est limité sous un certain seuil, même en augmentant le niveau de la source. En effet, sur le régime quasi-périodique, la membrane se déclenche dès que la pression acoustique atteint un certain niveau. Celui-ci ne peut donc pas être dépassé. C'est en cela que ce régime est le plus intéressant en terme de limitation sonore et son intérêt sera encore plus clairement mis en évidence dans la partie portant sur les réponses fréquentielles. Enfin dans la troisième zone, l'amplitude de vibration dans le tube peut à nouveau augmenter avec le niveau de la source, alors que celle de la membrane reste quasiment bloquée à la même valeur.

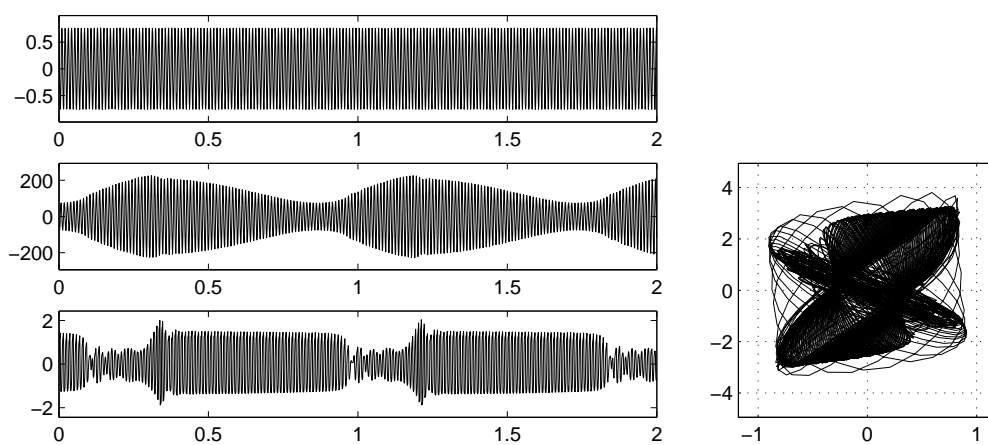
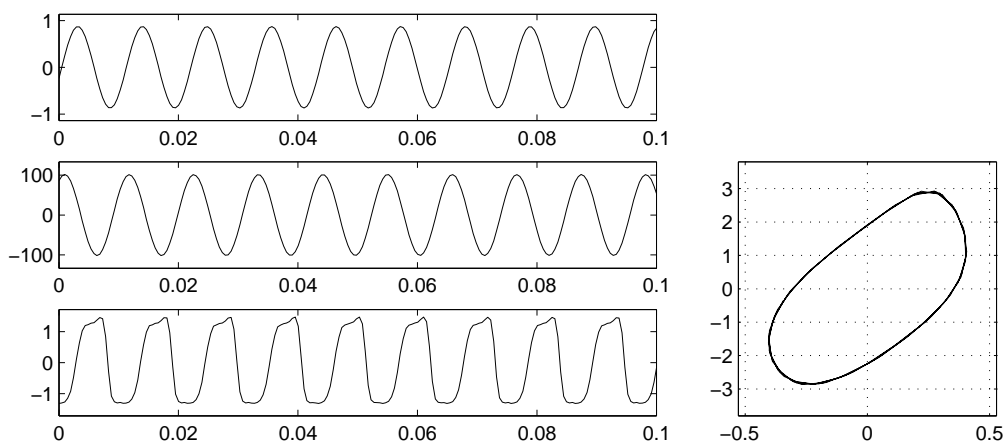
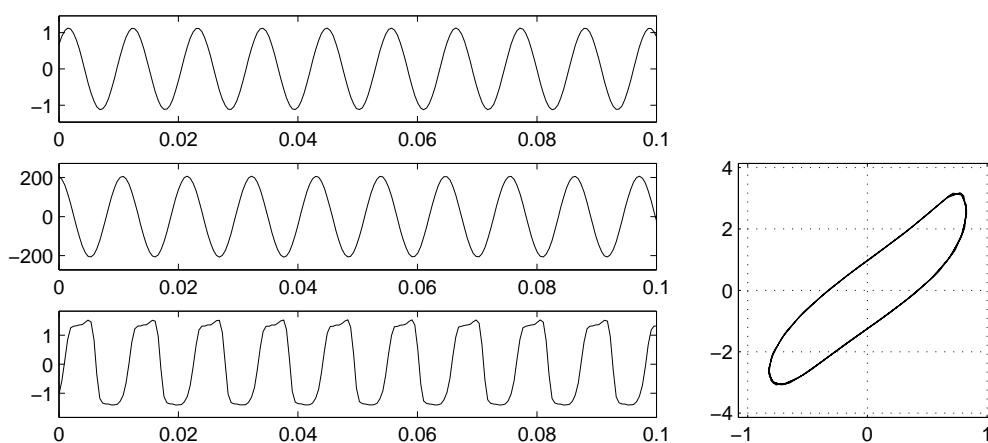
(a)  $\mathcal{A} = 0.100 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 0.300 \text{ V}$ .

### Niveaux d'énergie et modes non linéaires

A partir d'un couple d'amplitudes, nous pouvons grâce au modèle présenté dans le chapitre précédent et plus précisément avec la formule 4.22 calculer le niveau d'énergie correspondant du système couplé. Ces niveaux sont reportés sur la figure 5.3 dans un diagramme fréquence/énergie et superposés au tracé des modes non linéaires correspondant à la configuration considérée. Cette figure permet de mettre en évidence que les réponses en régime forcé à la fréquence du milieu acoustique se traduisent dans ce diagramme par des points qui sont soit au voisinage de la branche horizontale du mode non linéaire  $S_{11-}$  pour les faibles niveaux d'excitation et donc d'énergie (signaux de déplacement des figures 5.1(a), 5.1(b) et 5.1(c) effectivement en opposition de phase), soit au voisinage de la branche horizontale de  $S_{11+}$  pour les forts niveaux d'énergie (signaux de déplacement des figures 5.1(g), 5.1(h), 5.1(i) et 5.1(j) effectivement en phase). Cependant deux remarques importantes sont à faire à la vue de cette figure 5.3 :

- Le régime périodique où les déplacements des oscillateurs sont en opposition de phase est observé pour des niveaux d'énergie du système qui dépassent clairement la branche horizontale du mode  $S_{11-}$ . En effet le seuil de déclenchement de la membrane observé

(c)  $\mathcal{A} = 0.400 \text{ V}$ .(d)  $\mathcal{A} = 0.530 \text{ V}$ .(e)  $\mathcal{A} = 0.600 \text{ V}$ .

(f)  $\mathcal{A} = 0.800 \text{ V}$ .(g)  $\mathcal{A} = 0.900 \text{ V}$ .(h)  $\mathcal{A} = 1.15 \text{ V}$ .

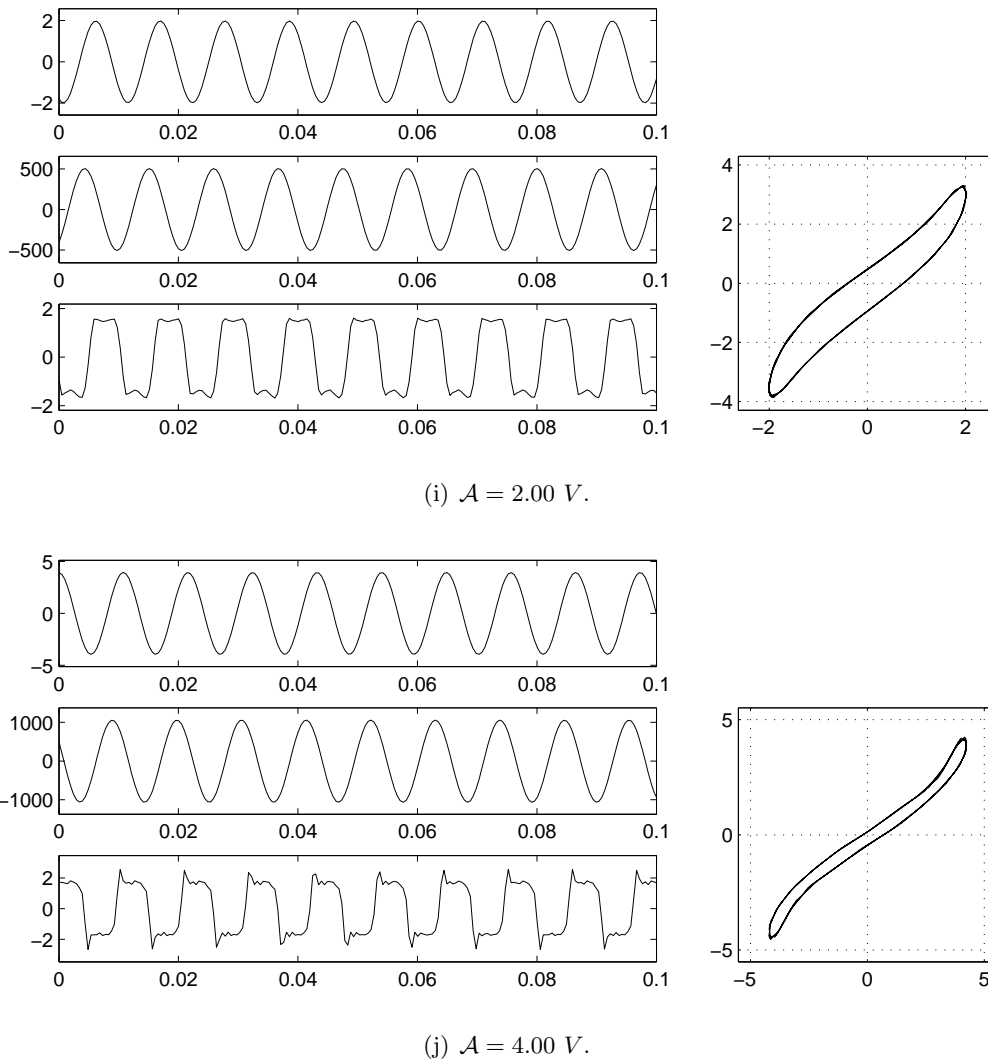


FIG. 5.1 – *Résultats expérimentaux*. Configuration 1 :  $L = 2 \text{ m}$ ,  $R = 2 \text{ cm}$ ,  $h = 0.18 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 62 \text{ Hz}$ . Différents régimes observés sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant). Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude  $\mathcal{A}$  (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube  $p$  (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane  $\dot{q}_m$  (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane  $q_m$  (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (mm).

expérimentalement est supérieur à celui obtenu par simulation. Ainsi il existe un écart significatif entre le dernier point de ce régime et la pointe extrême de la branche horizontale de  $S_{11}$ . Cette différence entre le modèle et l'expérimental sera plus clairement visible sur les figures suivantes de simulation.

- Les derniers points des réponses où les déplacements sont en opposition de phase sont à des niveaux d'énergie supérieurs aux premiers points des réponses où les déplacements sont en phase. Pourtant dans le premier cas, les niveaux d'excitation sont inférieurs à ceux du second cas. En réalité le niveau d'excitation réellement fourni par le haut-parleur ne

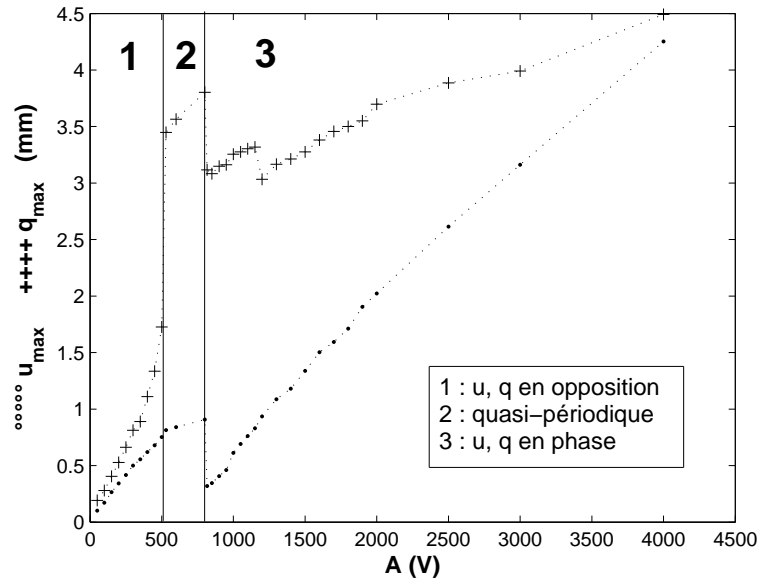


FIG. 5.2 – *Résultats expérimentaux.* Configuration 1 :  $L = 2$  m,  $R = 2$  cm,  $h = 0.18$  mm,  $f_1 = 62$  Hz. Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale.

suit pas exactement la consigne en Volt. En effet ce dernier est très fortement couplé avec le reste du système (milieu acoustique et membrane). Le déclenchement de la membrane, qui crée une réduction de la pression acoustique dans le tube, provoque en fait également une réduction de l'amplitude de vibration du haut-parleur. C'est pourquoi nous pouvons observer la réponse de la figure 5.1(c) où le niveau d'énergie et le niveau acoustique est supérieur à ceux de la réponse 5.1(g) où pourtant la consigne en Volt est supérieure. Pendant les régimes quasi-périodiques, le haut-parleur suit également ce type de régime malgré un signal d'excitation d'amplitude constante.

## Simulations

Afin de comparer le modèle à l'expérience, nous procédons maintenant aux simulations des réponses du système à une excitation sinusoïdale. Les valeurs des paramètres du système d'équations 4.12 utilisées pour calculer ses solutions sont toujours exactement les réelles valeurs physiques de ceux-ci, à l'exception du coefficient d'amortissement de la membrane  $\eta$ . En effet devant la difficulté de modélisation de la dissipation dans la membrane et de mesure de ce coefficient, nous avons choisi de prendre la valeur qui donne le meilleur résultat de simulation en réponse libre. Une meilleure description de ce problème pourra ainsi être trouvée dans le prochain chapitre qui porte sur le comportement du système en réponse libre. Pour chaque membrane à notre disposition, les valeurs des coefficients d'amortissement déterminées de cette façon valent :

- membrane d'épaisseur  $h = 0.18$  mm,  $\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,
- membrane d'épaisseur  $h = 0.39$  mm,  $\eta = 6.2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,
- membrane d'épaisseur  $h = 0.62$  mm,  $\eta = 2.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

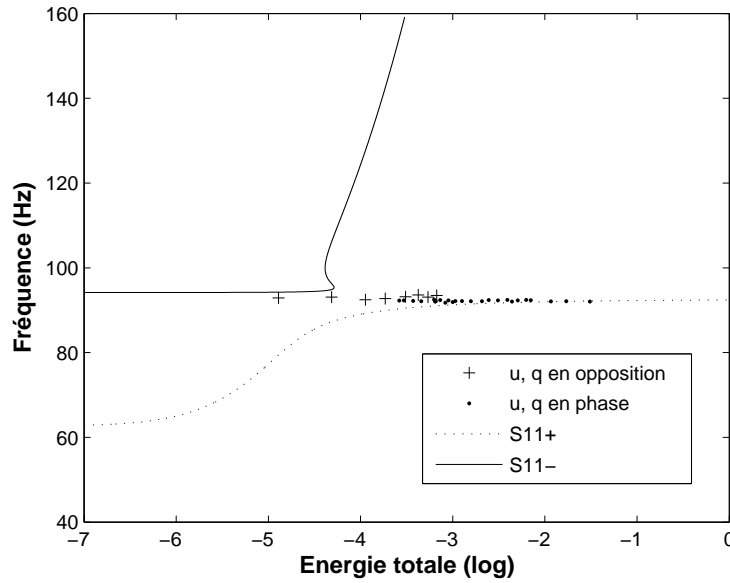


FIG. 5.3 – *Résultats expérimentaux*. Configuration 1 :  $L = 2$  m,  $R = 2$  cm,  $h = 0.18$  mm,  $f_1 = 62$  Hz. Niveaux d'énergie des régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système.

Malgré les considérables niveaux de pression acoustique mesurés dans le tube, le dispositif expérimental a été dimensionné de manière à ce que la majeure partie des phénomènes non linéaires aie lieu au niveau de la membrane et que le milieu acoustique conserve un comportement linéaire. Ceci peut être vérifié à partir de la valeur de pression maximale dans le tube  $p_{max}$ . Celle-ci atteint environ 1000 Pa, ce qui équivaut à une vitesse  $v_{max}$  d'environ  $2.5 \text{ m.s}^{-1}$  en bout de tube. Ainsi, les facteurs adimensionnels  $p_{max}/P_{atm}$  et  $v_{max}/c_0$  sont tous les deux inférieurs à  $10^{-2}$ , assurant que l'hypothèse de linéarité du milieu acoustique adoptée dans le modèle est valide. La principale source de non-linéarité pourrait cependant provenir de la génération de vorticité aux changements de section à la fin du tube. Pour un milieu cylindrique, des travaux (voir [47]) ont montré que ce phénomène n'a une importance significative qu'à partir de vitesses supérieures à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ . Ceci a également été vérifié expérimentalement [64] par des mesures locales qui ont montré qu'effectivement des vorticités peuvent apparaître à partir de quelques  $\text{m.s}^{-1}$  si le changement de section est particulièrement net. Cependant ces phénomènes restent localisés autour des arêtes : l'impact sur la vitesse moyenne est ainsi très faible, surtout en considérant la large section de notre tube. Enfin, le haut-parleur lui-même a été sélectionné afin que l'amplitude de déplacement de sa membrane nécessaire pour atteindre les niveaux requis ne dépasse pas la limite linéaire donnée par le constructeur.

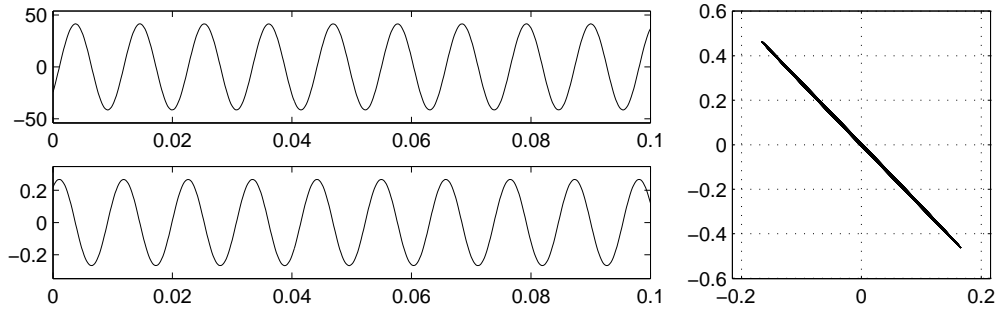
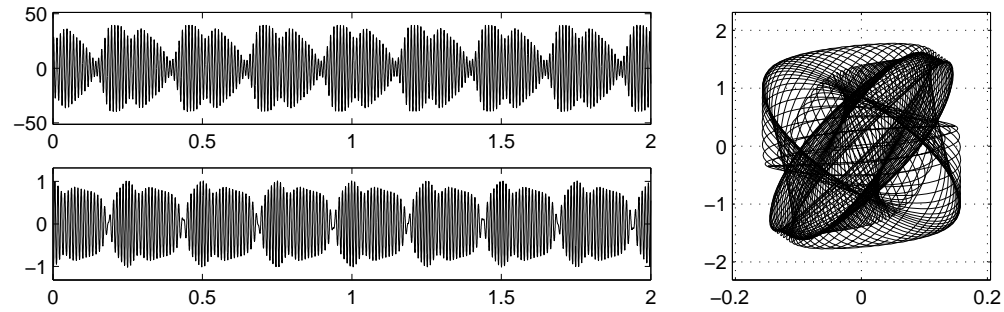
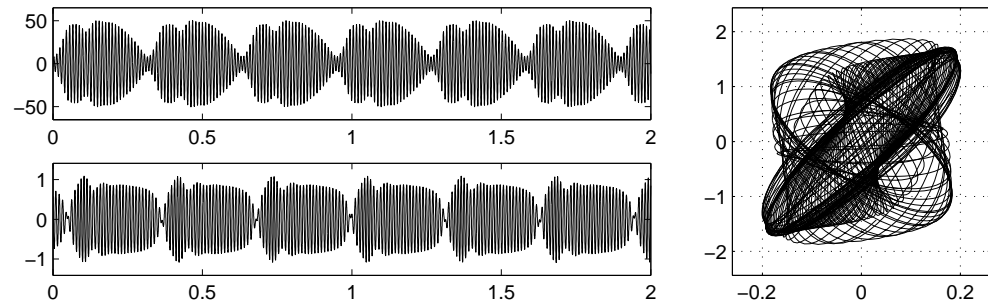
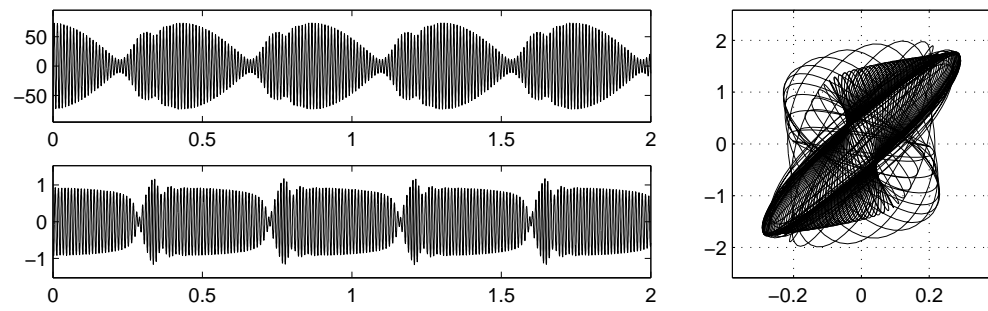
Une série de réponses à une excitation sinusoïdale équivalente à celle de la figure 5.1 a donc été simulée. Les résultats sont montrés sur la figure 5.4 où figurent, pour différentes amplitudes d'entrée (homogène à une accélération), les signaux de pression acoustique et de vitesse de membrane simulés, ainsi que le diagramme de déplacement de membrane en fonction du déplacement d'air en bout de tube. La première constatation est que la simulation donne un seuil de déclenchement de membrane inférieur à l'expérience. Ainsi seul le premier cas expérimental (figure 5.1(a)) a son équivalent numérique pour le premier régime périodique. En effet les simulations ont été effectuées avec une amplitude d'accélération en entrée qui permette d'obtenir un



niveau acoustique égal à celui des différentes réponses expérimentales de la figure 5.1. Nous pouvons ainsi comparer entre elles les figures 5.1(a) et 5.4(a), 5.1(g) et 5.4(e), 5.1(h) et 5.4(f), 5.1(i) et 5.4(g) et enfin 5.1(j) et 5.4(h). Les régimes quasi-périodiques simulés sont quant à eux difficiles à comparer aux régimes expérimentaux puisque, comme nous l'avons dit, ils n'apparaissent pas aux mêmes niveaux. Malgré cet écart de seuil, les trois différents régimes apparaissent aussi clairement par simulation, et avec exactement les mêmes caractéristiques. Quantitativement, la seule autre différence à noter est que la membrane vibre légèrement moins sur les simulations que dans l'expérience. Malgré ces deux différences quantitatives, nous avons jugé les résultats du modèle suffisamment satisfaisants pour ne pas aller plus loin dans l'élaboration de celui-ci. Comme nous le verrons dans la suite du document, des résultats de simulation au moins aussi satisfaisants seront obtenus dans tous les autres cas (régime libre, réponse fréquentielle, analyse paramétrique ou présence de plusieurs membranes) avec ce modèle.

### 5.1.2 Configuration 2

Afin de montrer que les phénomènes décrits à partir de la configuration 1 sont tout à fait robustes, nous montrons dans cette partie les résultats similaires expérimentaux (figures 5.7, 5.8 et 5.9) et numériques (figures 5.10, 5.11 et 5.12) obtenus avec la configuration 2. Ceux-ci sont qualitativement exactement les mêmes que précédemment. Seule la valeur des seuils de déclenchement change. Elle est ici plus élevée, à cause d'une membrane plus épaisse et plus grande que dans la configuration 1. En effet, comme on le voit sur le tracé des modes non linéaires (figure 5.9), le croisement entre la droite horizontale et la courbe oblique apparaît à un niveau d'énergie plus élevé que dans le premier cas (figure 5.3). La membrane vibre également avec une plus grande amplitude dans le second cas, chose logique puisque son rayon est plus grand. Notons que le modèle traduit les mêmes modifications induites par le changement de configuration que l'expérience. Il semble donc également robuste vis à vis des paramètres. En changeant les paramètres physiques de la membrane, les phénomènes sont ainsi toujours observés mais les grandeurs caractéristiques de ceux-ci sont modifiées. Nous verrons dans le chapitre portant sur les études paramétriques l'influence de ces différents paramètres.

(a)  $A_{cc} = 1.3 \text{ m.s}^{-2}$ .(b)  $A_{cc} = 3.4 \text{ m.s}^{-2}$ .(c)  $A_{cc} = 3.8 \text{ m.s}^{-2}$ .(d)  $A_{cc} = 4.3 \text{ m.s}^{-2}$ .

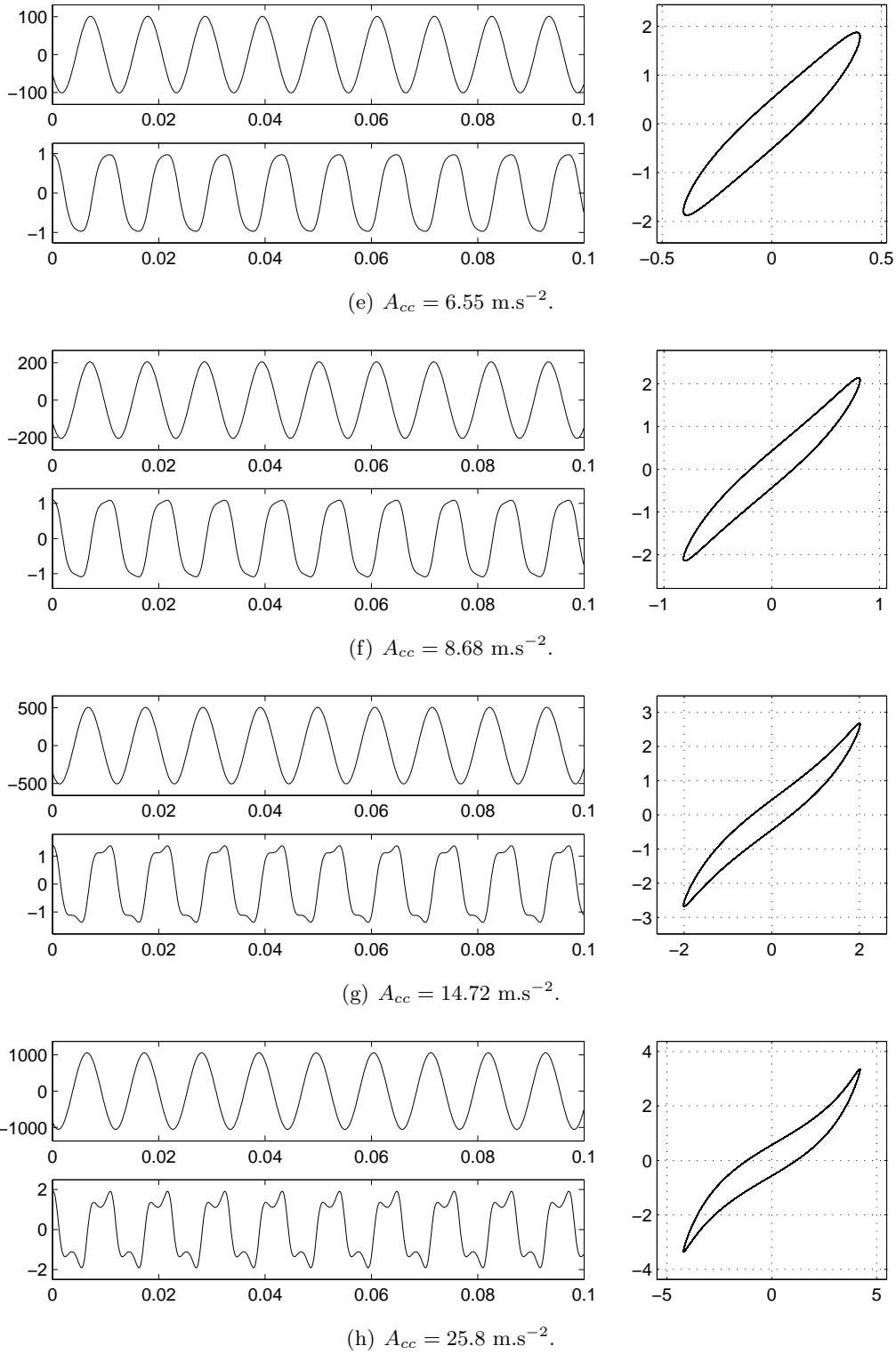


FIG. 5.4 – *Résultats numériques*. Simulations numériques des différents régimes sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant) pour la configuration 1. Signal du haut : pression acoustique au milieu du tube  $p$  (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane  $\dot{q}_m$  (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane  $q_m$  (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (mm).

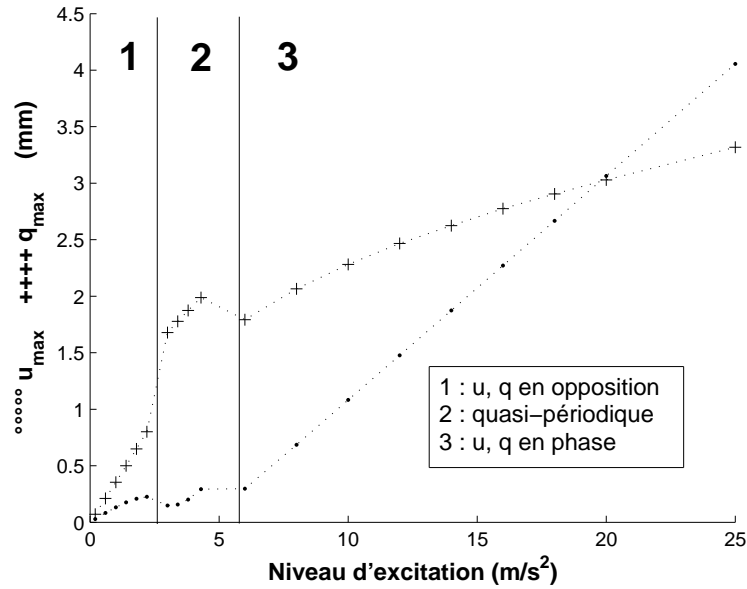


FIG. 5.5 – *Résultats numériques*. Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale avec un modèle calé sur la configuration 1.

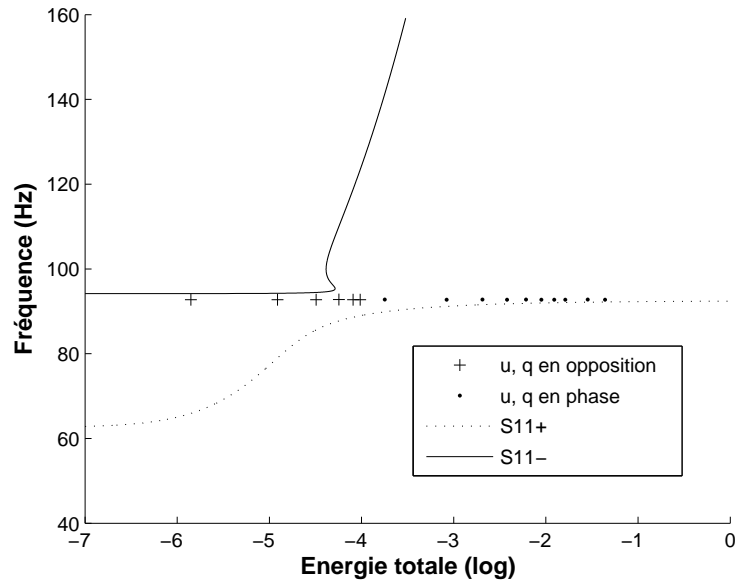
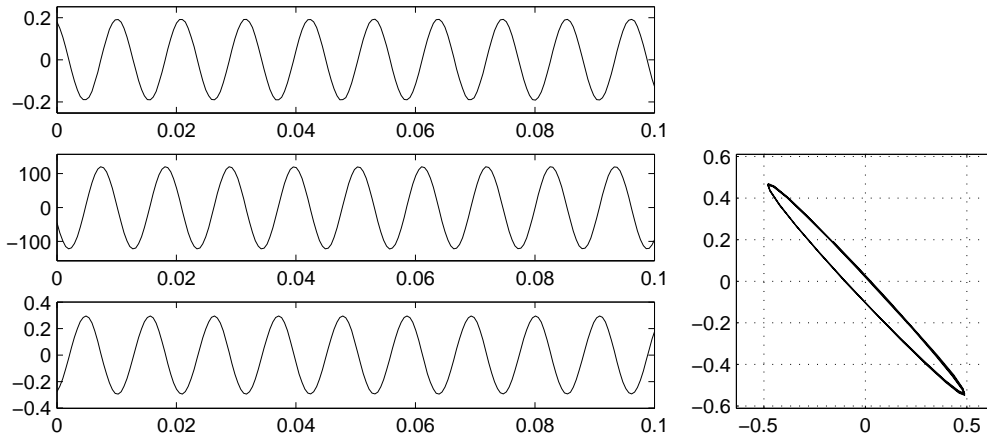
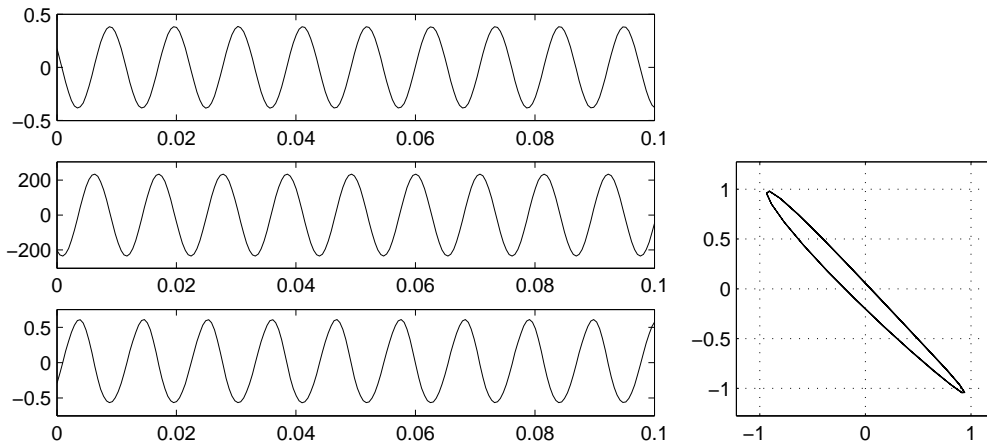
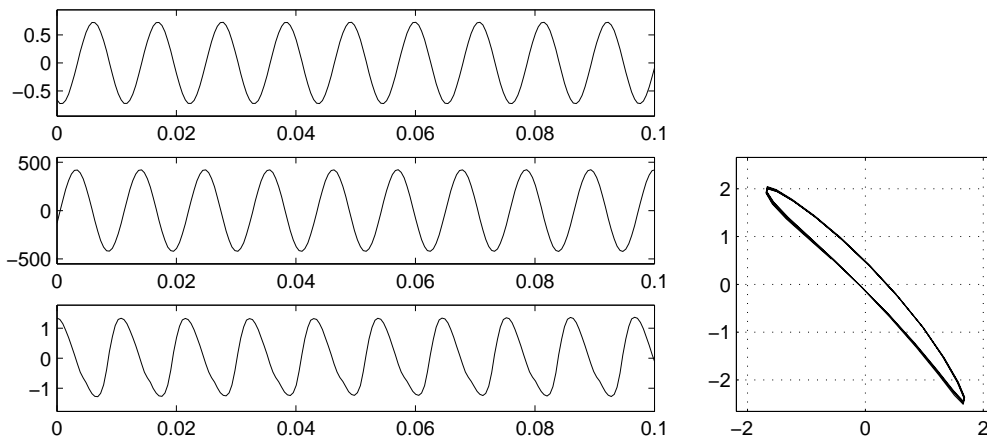
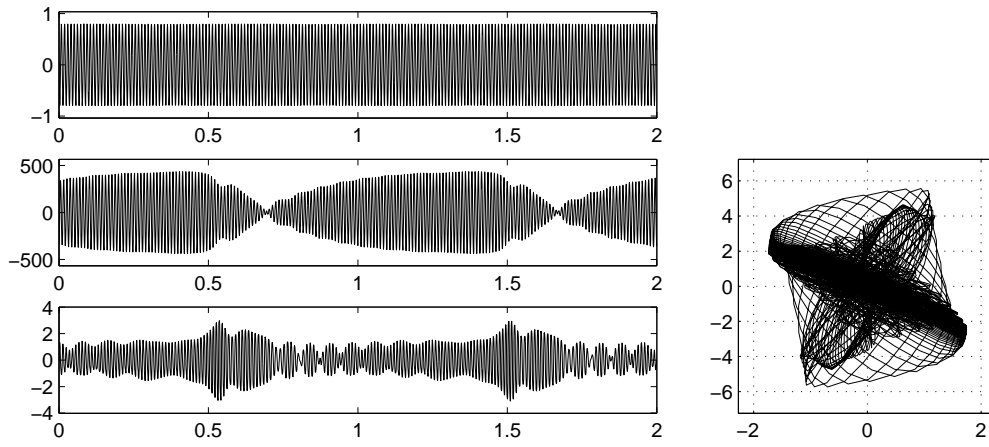
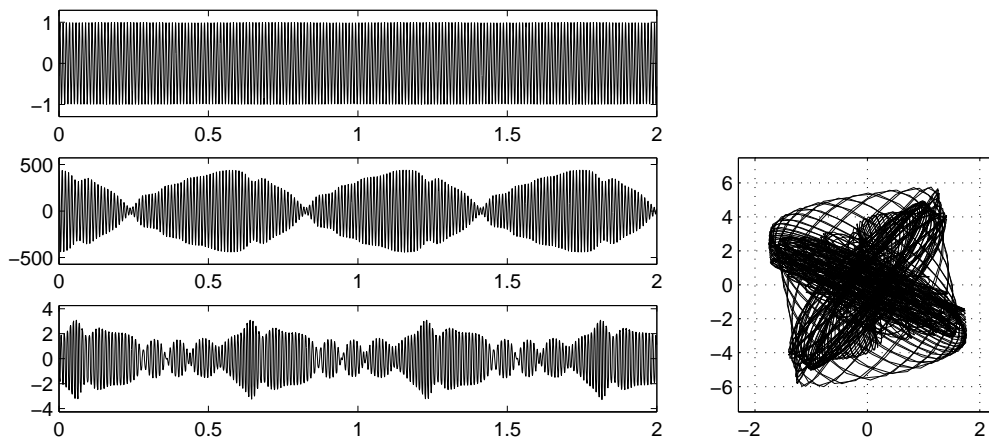
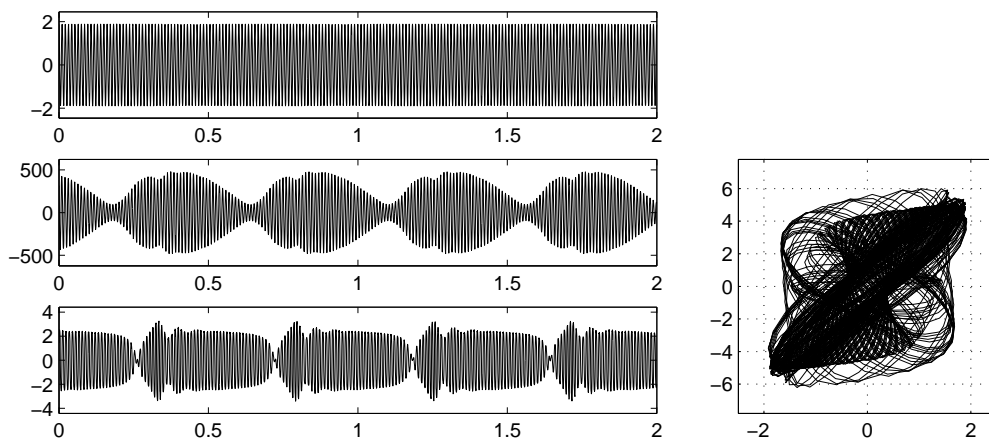
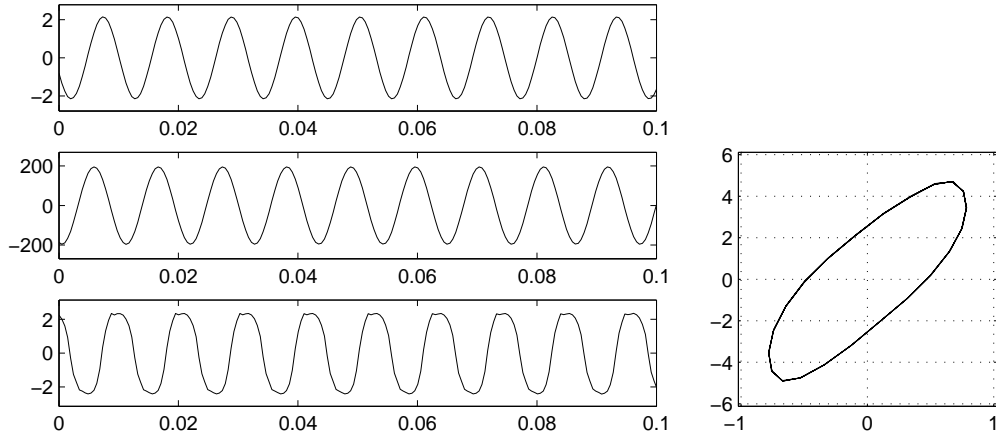
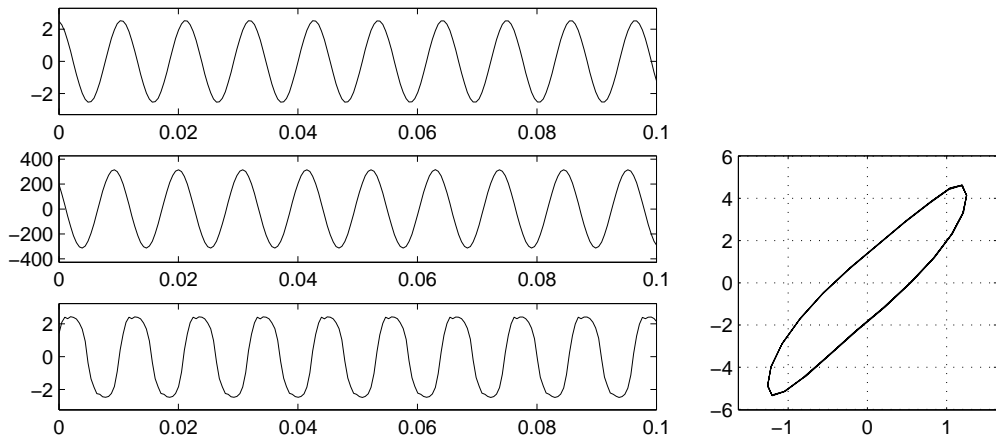
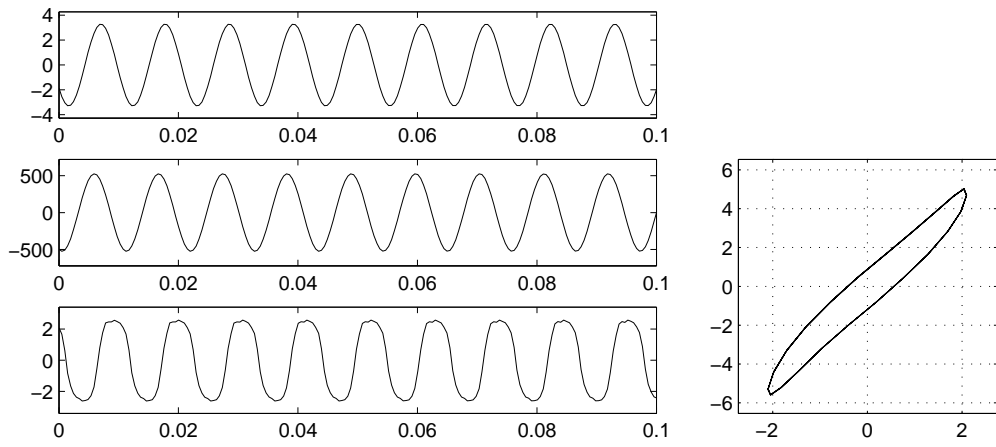


FIG. 5.6 – *Résultats numériques*. Niveaux d'énergie des régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système avec un modèle calé sur la configuration 1.

(a)  $\mathcal{A} = 0.200 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 0.400 \text{ V}$ .(c)  $\mathcal{A} = 0.750 \text{ V}$ .

(d)  $\mathcal{A} = 0.818 \text{ V}$ .(e)  $\mathcal{A} = 1.00 \text{ V}$ .(f)  $\mathcal{A} = 1.93 \text{ V}$ .

(g)  $\mathcal{A} = 2.20 \text{ V}$ .(h)  $\mathcal{A} = 2.60 \text{ V}$ .(i)  $\mathcal{A} = 3.40 \text{ V}$ .

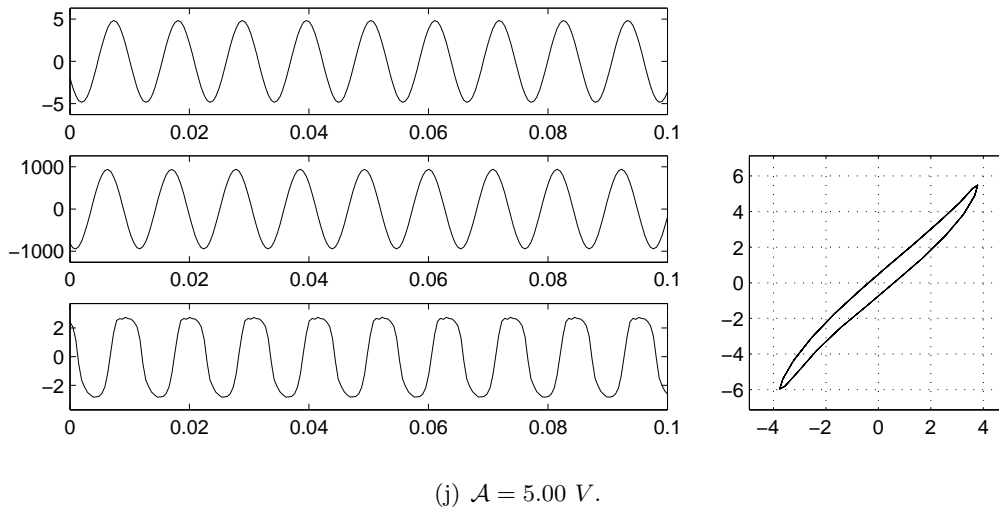


FIG. 5.7 – *Résultats expérimentaux*. Configuration 2 :  $L = 2 \text{ m}$ ,  $R = 3 \text{ cm}$ ,  $h = 0.39 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 73 \text{ Hz}$ . Différents régimes observés sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant). Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude  $\mathcal{A}$  (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube  $p$  (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane  $\dot{q}_m$  (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane  $q_m$  (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (mm).

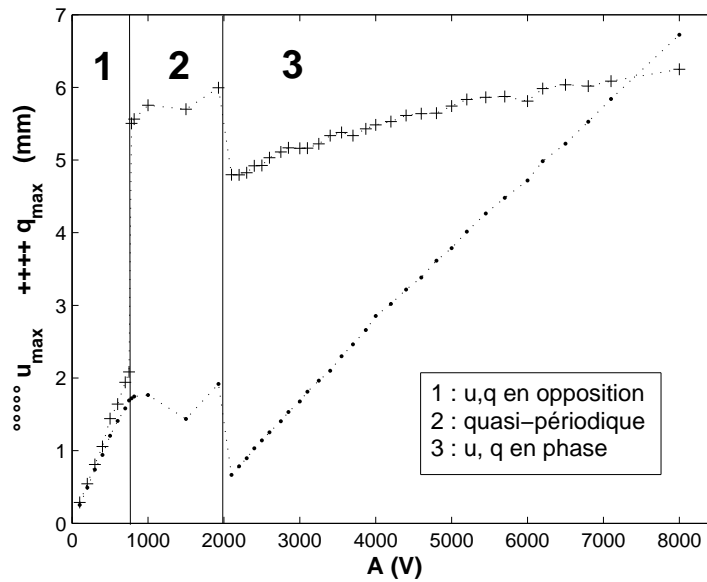


FIG. 5.8 – *Résultats expérimentaux*. Configuration 2 :  $L = 2 \text{ m}$ ,  $R = 3 \text{ cm}$ ,  $h = 0.39 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 73 \text{ Hz}$ . Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale.



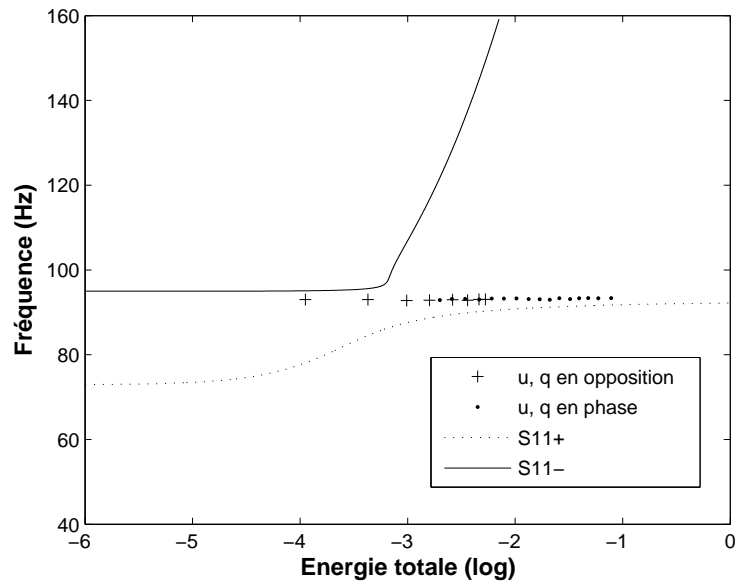
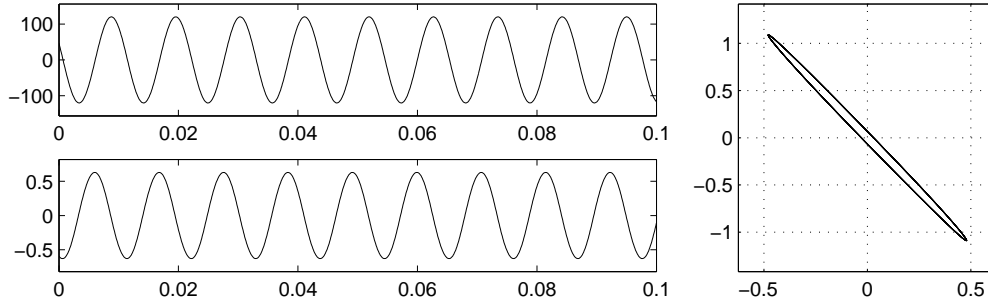
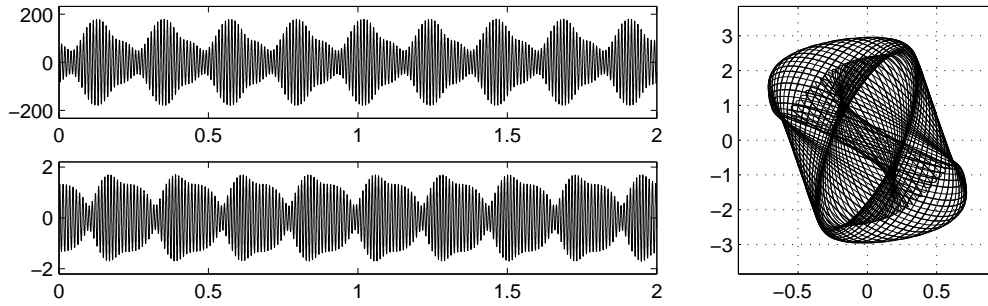
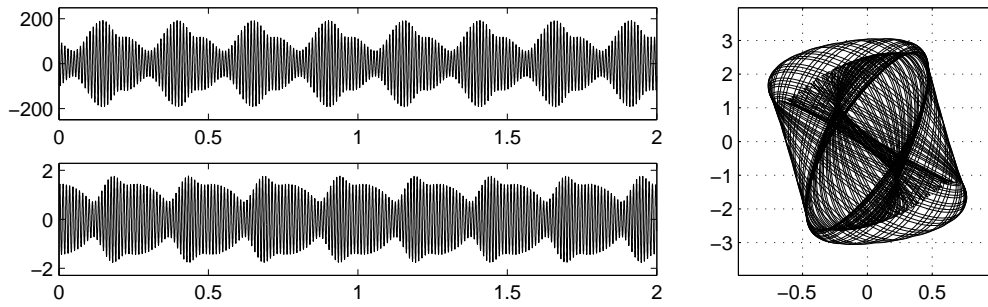
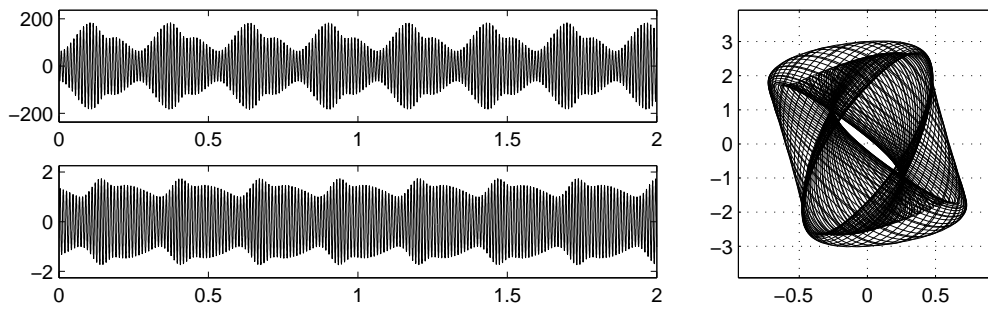


FIG. 5.9 – *Résultats expérimentaux*. Configuration 2 :  $L = 2$  m,  $R = 3$  cm,  $h = 0.39$  mm,  $f_1 = 73$  Hz. Niveaux d'énergie des régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système.

(a)  $A_{cc} = 6.7 \text{ m.s}^{-2}$ .(b)  $A_{cc} = 16 \text{ m.s}^{-2}$ .(c)  $A_{cc} = 17 \text{ m.s}^{-2}$ .(d)  $A_{cc} = 18 \text{ m.s}^{-2}$ .

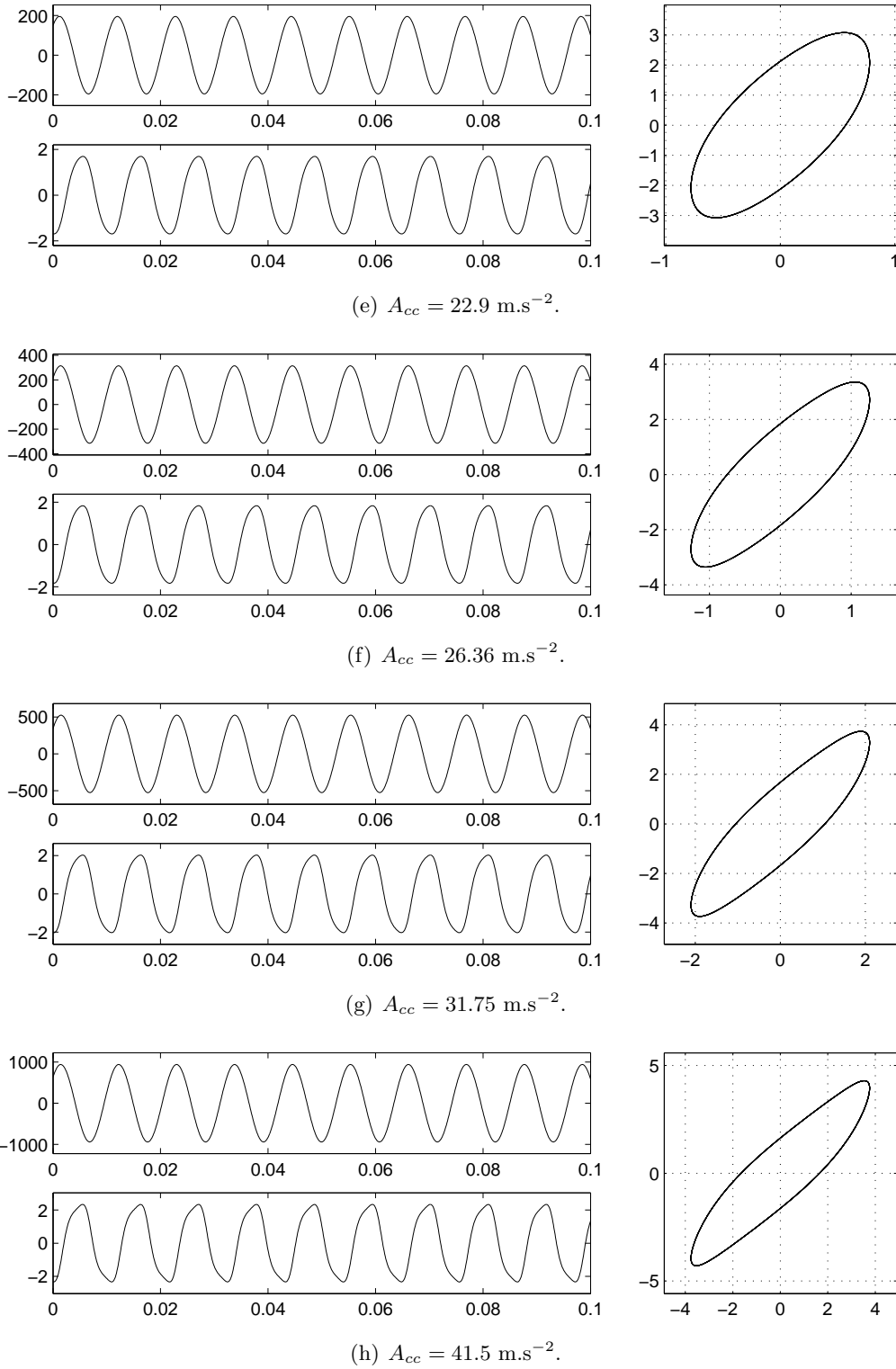


FIG. 5.10 – *Résultats numériques*. Simulations numériques des différents régimes sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant) pour la configuration 2. Signal du haut : pression acoustique au milieu du tube  $p$  (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane  $\dot{q}_m$  (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane  $q_m$  (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (mm).

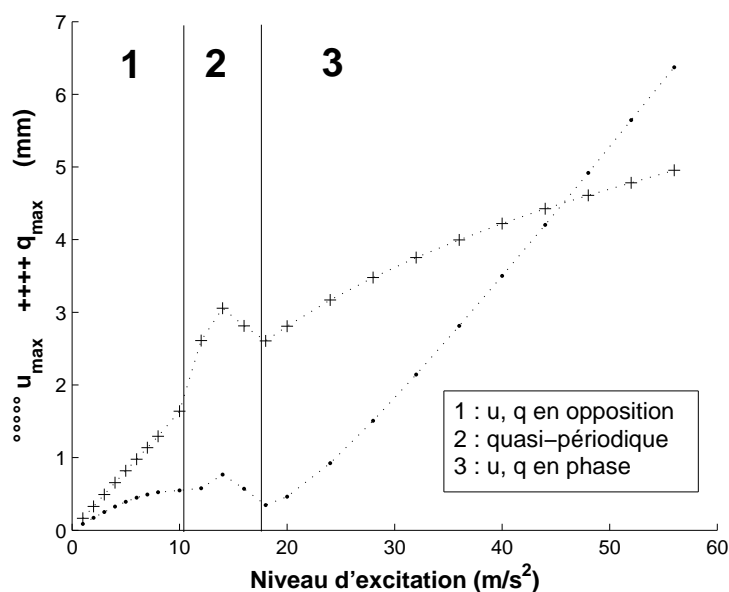


FIG. 5.11 – *Résultats numériques*. Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale avec un modèle calé sur la configuration 2.

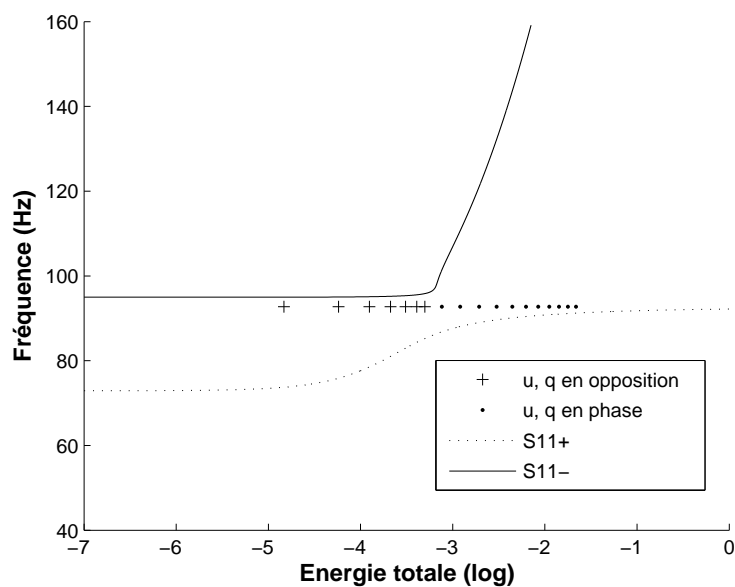


FIG. 5.12 – *Résultats numériques*. Niveaux d'énergie des régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système avec un modèle calé sur la configuration 2.

## 5.2 Oscillations libres

Le pompage énergétique est un phénomène intrinsèquement transitoire. Ainsi l'étude du comportement du système en régime transitoire qui suit constitue la partie où les principales caractéristiques du phénomène vont être mises en évidence. Dans l'idéal, le but serait d'étudier les réponses impulsionnelles du système, mais en pratique le haut-parleur utilisé n'est pas capable de fournir une impulsion suffisamment puissante pour observer une phase de pompage énergétique après celle-ci. En guise de réponse impulsionnelle, nous avons en réalité étudié les oscillations libres du système après une excitation sinusoïdale soudainement coupée. En fonction de l'amplitude et de la fréquence de cette excitation, ce sont en fait les conditions initiales des oscillations libres qui sont choisies. Les résultats expérimentaux présentés dans cette partie ont été obtenus à partir de la configuration suivante :  $L = 2$  m,  $h = 0.62$  mm,  $R = 30$  mm,  $f_1 = 57$  Hz.

### 5.2.1 Signaux temporels

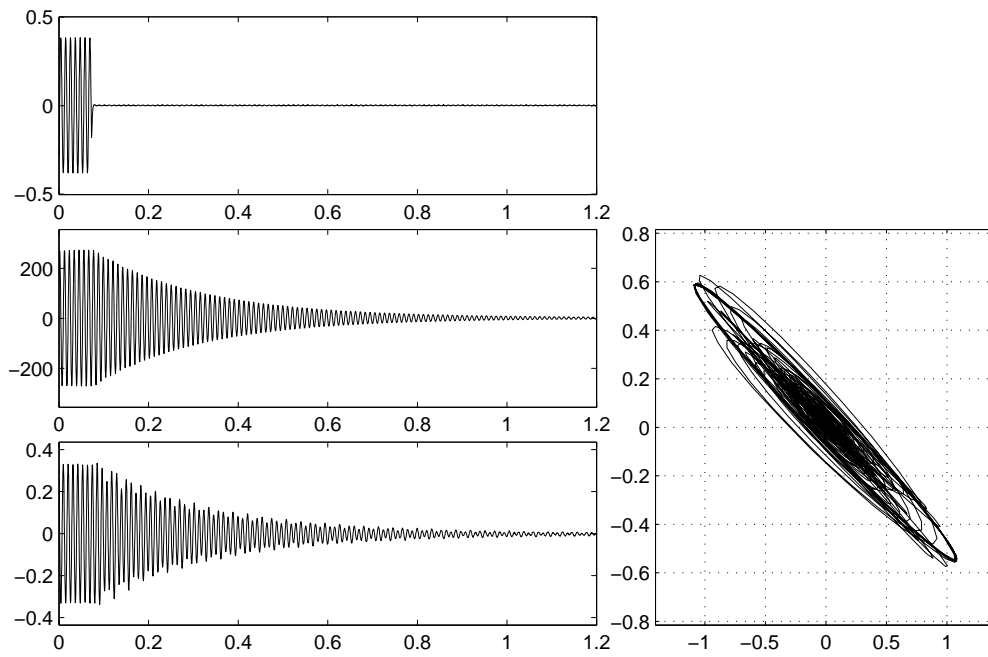
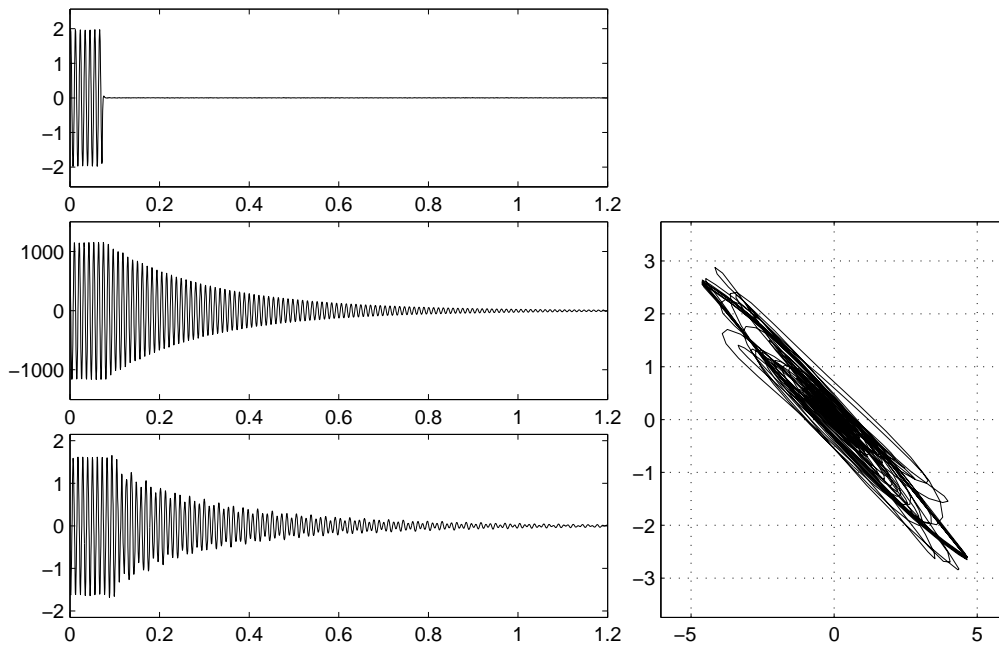
La figure 5.13 présente une série de six exemples d'oscillations libres, dans l'ordre croissant d'énergie initiale. Dans chacun de ces cas, l'excitation initiale a différentes amplitudes mais est toujours sinusoïdale à la première fréquence de résonance du milieu acoustique. Deux types de comportements sont alors observés en fonction des conditions initiales :

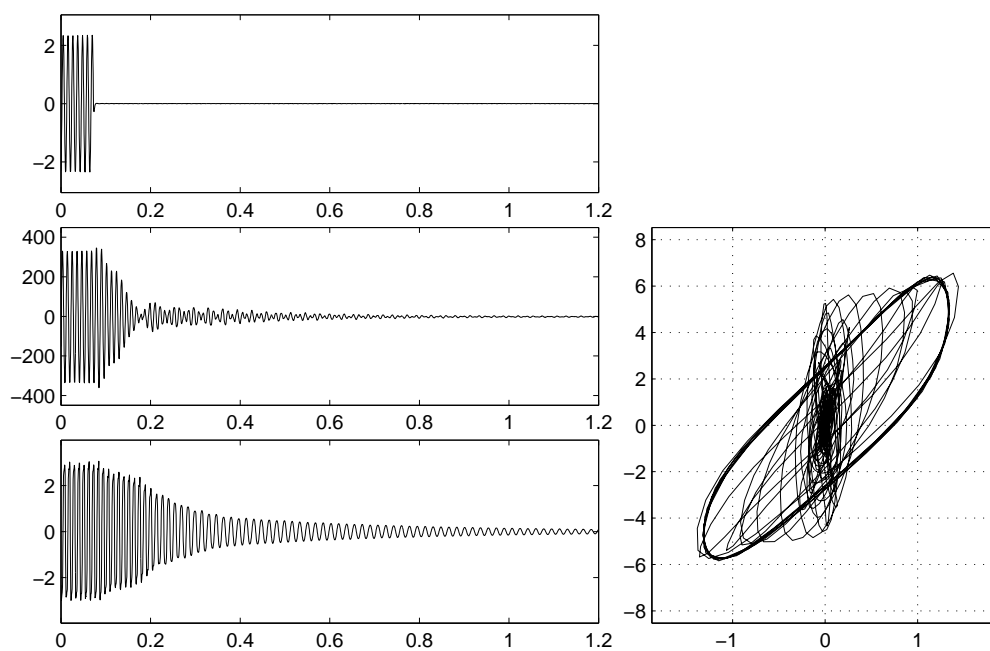
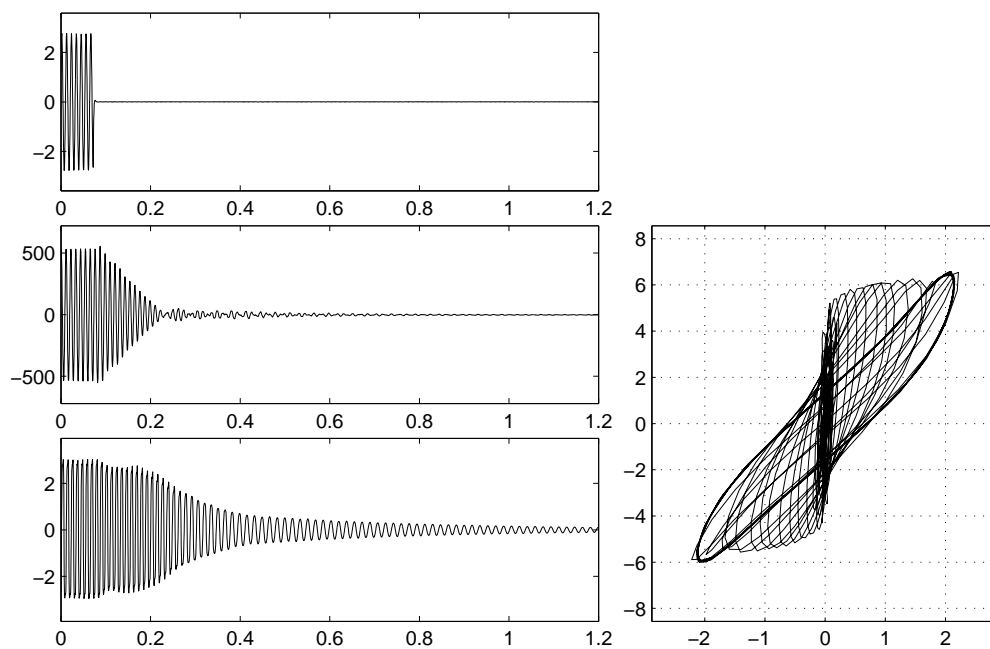
- Faible énergie initiale :

Si l'énergie initiale est faible, c'est-à-dire que les deux oscillateurs vibrent en opposition de phase, ou encore que le système est sur un point du mode non linéaire  $S11-$ , alors les oscillations libres observées dans le tube suivent une classique décroissance exponentielle. C'est le cas des deux premiers exemples des figures 5.13(a) et 5.13(b). Dans ce cas là, le système part d'une condition initiale de faible énergie où la membrane n'est pas active. La suite des oscillations ne présente aucun phénomène particulier, tout se passe en fait un peu comme si la membrane n'était pas là. Dans ce cas là, il n'y donc pas de pompage énergétique et aucun transfert d'énergie n'a lieu.

- Forte énergie initiale :

Si l'énergie initiale est forte, c'est-à-dire que les deux oscillateurs vibrent en phase, ou encore que le système est sur un point du mode non linéaire  $S11+$ , alors les oscillations libres de la pression acoustique dans le tube suivent une décroissance quasi-linéaire nettement plus rapide que la décroissance exponentielle précédente. C'est le cas pour les quatre exemples suivants : figures 5.13(c), 5.13(d), 5.13(e) et 5.13(f). Pendant cette décroissance, la membrane qui était initialement activée continue de vibrer avec une grande amplitude jusqu'à la quasi-complète extinction sonore dans le tube. Pendant cette phase, un transfert unidirectionnel d'énergie entre le milieu acoustique et l'oscillateur non linéaire a lieu : la membrane capture la résonance du tube, localise en elle l'énergie du système et la dissipe. Cette dissipation se produit par viscosité dans la membrane mais aussi, inévitablement dans notre cas, par rayonnement acoustique. A partir d'une analyse de largeur de bande du pic de résonance de la membrane (autour de sa première fréquence de résonance, ici 57 Hz), qui est mesurée expérimentalement grâce à une source en bruit blanc, nous avons pu quantifier la somme de l'amortissement par viscosité et par rayonnement acoustique. D'un autre côté l'amortissement par rayonnement acoustique a pu être estimé grâce à l'approche donnée dans [36]. Le résultat est que l'amortissement par viscosité est environ dix fois supérieur à l'amortissement par rayonnement. L'énergie qui a été localisée dans la membrane est ainsi principalement dissipée par viscosité. Le caractère irréversible du

(a)  $\mathcal{A} = 0.400 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 2.00 \text{ V}$ .

(c)  $\mathcal{A} = 2.40$  V.(d)  $\mathcal{A} = 2.86$  V.

transfert énergétique est ici clairement mis en évidence. En effet, lorsque l’extinction sonore est complète, la membrane a encore une grande amplitude de vibration et celle-ci s’amortit à son tour sans retour vers le milieu primaire.

Afin de comparer ces différentes mesures d’oscillations libres, la figure 5.14 présente l’enveloppe positive des différents signaux de pression et de vitesse de la membrane. Il apparaît clairement que la pente quasi-linéaire de la décroissance des signaux de pression acoustique ne dépend pas des conditions initiales. Pour une configuration de membrane donnée, celle-ci est toujours la même, à condition bien sûr d’être dans tous les cas au-dessus du seuil de pompage. Nous verrons dans le chapitre d’analyse paramétrique quels paramètres physiques peuvent contrôler cette pente et éventuellement la rendre la plus raide possible.

Afin de donner plus de détail aux explications du mécanisme du pompage énergétique, d’autres illustrations de ces oscillations libres peuvent être faites. Les quatre exemples des figures 5.13(a), 5.13(b), 5.13(d) et 5.13(f) font ainsi l’objet de la suite des descriptions du phénomène en régime libre.

### 5.2.2 Evolution de l’énergie du système

A partir du modèle à deux degrés de liberté défini précédemment, l’énergie des différents éléments du système considéré peut être définie et calculée suivant les expressions suivantes :

$$E_{tube} = \frac{1}{2}m_a \dot{u}_a^2 + \frac{1}{2}k_a u_a^2 \quad (5.1)$$

$$E_{membrane} = \frac{1}{2}m_m \dot{q}_m^2 + \frac{1}{4}k_3 q_m^4 \quad (5.2)$$

$$E_{boite} = \frac{1}{2}k_b(S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m)^2 \quad (5.3)$$

$$E_{totale} = E_{tube} + E_{membrane} + E_{boite} \quad (5.4)$$

La figure 5.15 présente l’évolution de l’énergie dans le tube et dans la membrane ainsi que le pourcentage d’énergie contenu dans chacun de ces éléments au cours du temps pendant les quatre exemples d’oscillations libres considérés. La différence entre les deux cas de comportement apparaît clairement grâce à cette description énergétique :

- Dans les deux premiers cas (conditions initiales de faible énergie, figures 5.15(a) et 5.15(b)) l’énergie est initialement entièrement localisée sur le tube et le reste tout au long de l’extinction, alors que la membrane n’agit pas du tout.
- Dans les deux derniers cas (conditions initiales de forte énergie, figures 5.15(c) et 5.15(d)), la localisation de l’énergie s’inverse entièrement au cours de l’extinction. La membrane concentre rapidement quasiment 100% de l’énergie du système, la conserve et la dissipe sans la restituer au milieu acoustique. Le nom de pompage énergétique ou de transfert ciblé d’énergie (“targeted energy transfer” dans la littérature) se conçoit aisément à la vue de ces figures.

### 5.2.3 Diagrammes temps-fréquence

Les diagrammes temps-fréquence, calculés grâce à une transformée par ondelettes, permettent de mettre en évidence les variations de fréquence au cours du temps. La figure 5.16 présente ainsi les diagrammes temps-fréquence des quatre signaux temporels des figures 5.13(a), 5.13(b),



5.13(d) et 5.13(f). Avec cette troisième illustration des oscillations libres du système, nous observons encore une fois deux types de comportements :

- Dans les deux premiers cas (conditions initiales de faible énergie, figures 5.16(a) et 5.16(b)) nous avons des signaux de pression et de vitesse dont la fréquence est la fréquence de la source (fréquence de résonance du tube) tout au long de l'extinction. Ici, la membrane n'est pas activée et la pression dans le tube s'éteint naturellement en restant sur sa fréquence de résonance. La membrane suit également le même type de décroissance, sa vibration étant forcée par le milieu acoustique.
- Dans les deux derniers cas (conditions initiales de forte énergie, figures 5.16(c) et 5.16(d)), le type de dessin observé est complètement différent. Le signal de pression s'éteint nettement plus rapidement que dans le cas précédent, tout en restant également sur la fréquence de résonance du tube. Pendant cette extinction de la pression, le signal de vitesse suit aussi la même fréquence puisque la membrane est sur sa capture de résonance 1 :1. Mais dès que la pression acoustique est éteinte, cette capture de résonance se rompt, empêchant ainsi à l'énergie de repartir vers le milieu acoustique. La membrane vibre alors suivant ses propres caractéristiques. Sa forte non-linéarité et sa dépendance énergie/fréquence imposent alors à sa fréquence de décroître en même temps que son amplitude. Si elle était un oscillateur purement cubique, sa fréquence et son amplitude iraient ensemble jusqu'à zéro, mais puisqu'une raideur linéaire est aussi présente, la fréquence du signal de vitesse de membrane décroît jusqu'à rejoindre sa fréquence propre  $f_1$  liée à sa tension.

#### 5.2.4 Diagrammes fréquence-énergie

En calculant l'évolution de l'énergie totale du système au cours du temps pendant ses oscillations libres et en remplaçant l'axe des temps par cette énergie dans le diagramme temps-fréquence, nous pouvons obtenir le diagramme énergie-fréquence d'un signal. Il est alors possible, dans ce mode de représentation, de superposer l'image du signal considéré aux modes non linéaires. Cette dernière illustration des oscillations libres du système permet finalement de mettre en évidence les deux types de chemins possibles pour aller vers l'extinction des vibrations du système :

- Dans les deux premiers cas (conditions initiales de faible énergie, figures 5.17(a) et 5.17(b)), les signaux de pression et de vitesse sont initialement en opposition de phase et le restent tout au long de l'extinction. Dans le diagramme énergie-fréquence, ce type d'extinction correspond à un chemin le long du mode  $S11-$ . Cette branche horizontale coïncidant avec le mode linéaire du milieu acoustique, ce chemin correspond bien à un comportement où aucun phénomène dû à la présence de la membrane apparaît.
- Dans les deux derniers cas (conditions initiales de forte énergie, figures 5.17(c) et 5.17(d)), les signaux de pression et de vitesse sont initialement en phase et sur un point du voisinage du mode  $S11+$ . Le trajet vers les faibles énergies se fait alors le long de ce mode, qui constitue alors un second et très différent chemin vers zéro, seulement accessible lorsque l'énergie initiale est suffisamment élevée. La membrane termine alors son mouvement sur la branche horizontale de  $S11+$ , coïncidant avec son mode linéaire dépendant de sa tension. Toutes les différences entre les deux mécanismes sont dues au fait que le système suit un chemin ou l'autre, et cela ne dépend que de la condition initiale.

### 5.2.5 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques

Les simulations numériques du comportement du système en oscillations libres ont été réalisées à partir du modèle présenté dans le chapitre 4 afin de le comparer aux résultats expérimentaux. Ces simulations ont donc été faites dans le même cadre que les mesures, c'est-à-dire que le système est d'abord en oscillations forcées, soumis à une excitation sinusoïdale d'amplitude constante à la fréquence de résonance du tube, avant de couper soudainement cette source et d'observer les oscillations libres suivantes. Dans chaque cas, l'amplitude de l'excitation est choisie de telle sorte que l'amplitude initiale de la pression simulée soit égale à celle de la mesure considérée. Les valeurs utilisées pour les paramètres sont exactement les valeurs mesurées sur le dispositif expérimental :  $\rho_a = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_m = 980 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $c_0 = 347 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $E = 1.2 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.49$ ,  $L = 2 \text{ m}$ ,  $R_t = 5 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 0.014$ ,  $V_2 = 27 \text{ L}$ . Pour la membrane, son rayon peut être de 2, 3 ou 4 cm et son épaisseur de 0.18, 0.39 ou 0.62 mm. Sa fréquence de résonance dépendant de sa tension est mesurée une fois la membrane montée. Finalement, un seul paramètre n'est pas mesuré : le coefficient d'amortissement  $\eta$  de la membrane. Sa mesure, à partir de la loi d'amortissement donnée par le modèle, est toutefois possible (voir annexe 3) mais le résultat est à la fois difficile et long à obtenir, peu précis et donne une mauvaise corrélation entre simulation et mesures. Dans cette annexe, une autre technique de calcul de  $\eta$  est présentée, utilisant le modèle pour calculer l'énergie initiale et l'énergie totale dissipée par la membrane au coefficient  $\eta$  près.  $\eta$  vaut alors le rapport entre ces grandeurs, mais le résultat n'est pas utilisable tant il varie en fonction des configurations pour une même membrane. En fait la loi de dissipation obtenue avec le modèle n'est certainement pas la loi réelle, et il est alors impossible de trouver à partir celle-ci et de données expérimentales une valeur de  $\eta$  qui satisfasse tous les critères. Le choix qui a été fait est d'avoir une valeur qui permette d'obtenir des simulations numériques avec la meilleure corrélation possible. Nous avons donc déterminé  $\eta$  "manuellement" par simulations successives, jusqu'à trouver la valeur la plus satisfaisante. Pour chaque membrane à disposition, une valeur de son coefficient d'amortissement a pu être définie de cette façon. Il est d'ailleurs particulièrement satisfaisant d'avoir finalement une valeur unique par membrane qui permette d'avoir, quelque soit son rayon, sa tension et le niveau de vibration du système, une excellente corrélation avec les résultats expérimentaux sur les signaux temporels.

Pour des raisons d'encombrement, seulement deux exemples de comparaison sont ici donnés (figures 5.18 et 5.19). En revanche, une annexe a été faite et présente des résultats de comparaison entre la simulation et l'expérience pour de nombreuses configurations et conditions initiales différentes, permettant de mieux se rendre compte du bon comportement du modèle quelque soit le cas considéré. En effet, comme on le voit sur toutes ces figures, la simulation suit particulièrement bien les mesures. Dans le cas de l'évolution de la pression acoustique dans le tube, la simulation est proche de la perfection. Cependant en ce qui concerne la vitesse de la membrane, un léger manque d'amplitude apparaît sur la simulation, même si l'évolution globale, c'est-à-dire l'enveloppe des courbes est très similaire. Ces résultats sont donc très satisfaisants et le fait que le modèle garde un très bon accord avec l'expérience quelque soit le cas considéré permet tout d'abord de valider celui-ci, mais surtout de l'utiliser par la suite pour étudier le rôle des différents paramètres physiques du dispositif expérimental, ce qui fera l'objet du prochain chapitre.

### 5.2.6 Dissipation dans la membrane

Il a été annoncé précédemment que, pendant les oscillations libres du système, la membrane pouvait être capable de localiser en elle une importante partie de l'énergie, puis de la dissiper sans la restituer au milieu acoustique. Cette partie vient ainsi illustrer plus précisément ce

phénomène par l'étude de la quantité d'énergie dissipée dans le tube et dans la membrane pendant les oscillations libres du système couplé. Ces énergies dissipées peuvent être calculées suivant les expressions suivantes :

$$\text{Energie totale dissipée dans le tube : } E_{dis\_t} = c_f \int_{t_0}^{t_f} \dot{u}_a^2 dt \quad (5.5)$$

$$\text{Energie totale dissipée dans la membrane : } E_{dis\_m} = \eta \int_{t_0}^{t_f} (k_1 \dot{q}_m^2 + 2k_3 q_m^2 \dot{q}_m^2) dt \quad (5.6)$$

$$\text{Energie dissipée totale : } E_{dis\_tot} = E_{dis\_t} + E_{dis\_m} \quad (5.7)$$

où  $t_0$  est l'instant de coupure de la source sinusoïdale et  $t_f$  l'instant de la fin de la mesure.

Théoriquement, l'énergie dissipée totale doit être égale à l'énergie initiale  $E_i$  du système (à  $t = t_0$ ). Malheureusement, avec la loi de dissipation de notre modèle et la valeur choisie pour  $\eta$ , ces deux énergies sont toujours différentes. Le choix a été de prendre la valeur de  $\eta$  qui donne les meilleures simulations temporelles. La conséquence est qu'en terme d'énergie, la relation  $E_i = E_{dis\_tot}$  n'est pas respectée. D'après les expressions des énergies dissipées, il apparaît possible de calculer directement à partir de mesures d'oscillations libres la valeur de  $\eta$  suivant la formule :

$$\eta = \frac{E_i - E_{dis\_tot}}{\frac{E_{dis\_m}}{\eta}} = \frac{E_i - c_f \int_{t_0}^{t_f} \dot{u}_a^2 dt}{\int_{t_0}^{t_f} (k_1 \dot{q}_m^2 + 2k_3 q_m^2 \dot{q}_m^2) dt} \quad (5.8)$$

L'annexe B, qui présente cette possibilité, montre que celle-ci est très difficilement utilisable. En effet, suivant le cas d'énergie initiale ou de configuration du système, la valeur de  $\eta$  obtenue peut considérablement varier pour une même membrane. Il est donc impossible de déterminer de cette façon ce qui serait "la" valeur du coefficient d'amortissement de la membrane. Nous conservons donc les valeurs déterminées précédemment.

Idéalement, l'objectif de cette partie serait de présenter le graphique de la part d'énergie dissipée dans le tube ( $E_{dis\_t}/E_i$ ) et la membrane ( $E_{dis\_m}/E_i$ ) en fonction de l'énergie initiale  $E_i$  du système comme cela a été fait dans [37] ou [45]. Compte tenu du fait que la relation  $E_i = E_{dis\_tot}$  n'est pas respectée, ce sont les quantités  $E_{dis\_t}/E_{dis\_tot}$  et  $E_{dis\_m}/E_{dis\_tot}$  qui sont tracées en fonction de  $E_{dis\_tot}$  sur la figure 5.20. Malgré cette différence, les courbes de cette figure ont exactement la même allure que celles des figures des papiers cités. Il apparaît ainsi effectivement que pour les cas où il n'y a pas de transfert énergétique (faible énergie initiale et donc faible énergie dissipée totale), l'énergie est totalement dissipée dans le tube et que la membrane n'intervient pas pour l'amortissement du système. Par contre, dans les cas où il y a un transfert d'énergie (forte énergie initiale et donc forte énergie dissipée totale), la part d'énergie dissipée dans la membrane est considérable. Elle est même quasiment de 100% pour l'énergie initiale la plus petite parmi celles qui permettent d'observer le pompage énergétique. Ensuite, plus l'énergie initiale des oscillations libres est importante, plus la part d'énergie dissipée dans la membrane décroît. Cependant celle-ci reste majoritaire et ne décroît sur cette série de mesures que jusqu'à 60% pour la plus forte énergie initiale.

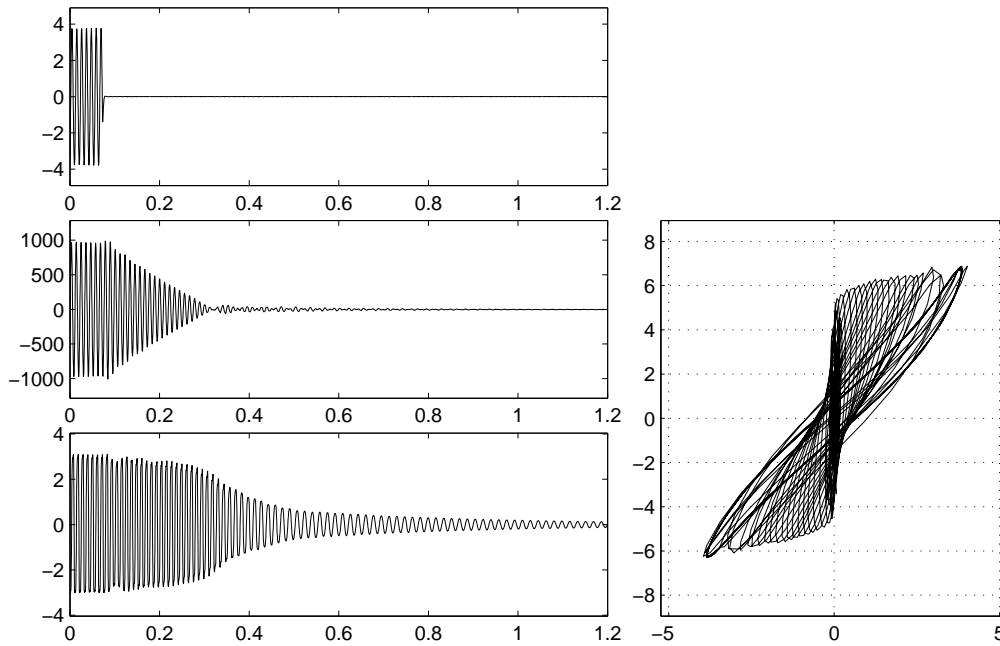
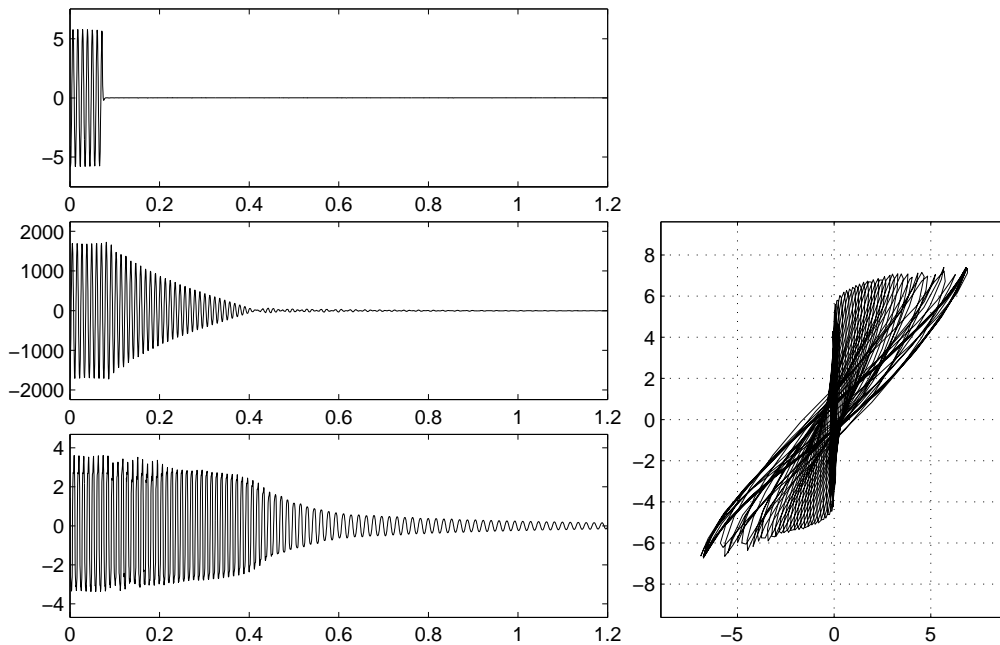
(e)  $\mathcal{A} = 3.86 \text{ V}$ .(f)  $\mathcal{A} = 6.00 \text{ V}$ .

FIG. 5.13 – *Résultats expérimentaux*. Oscillations libres du système après différentes conditions initiales. Configuration :  $L = 2 \text{ m}$ ,  $h = 0.62 \text{ mm}$ ,  $R = 30 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 57 \text{ Hz}$ . Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude  $\mathcal{A}$  (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube  $p$  (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane  $\dot{q}_m$  (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane  $q_m$  (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube  $u_a$  (mm).

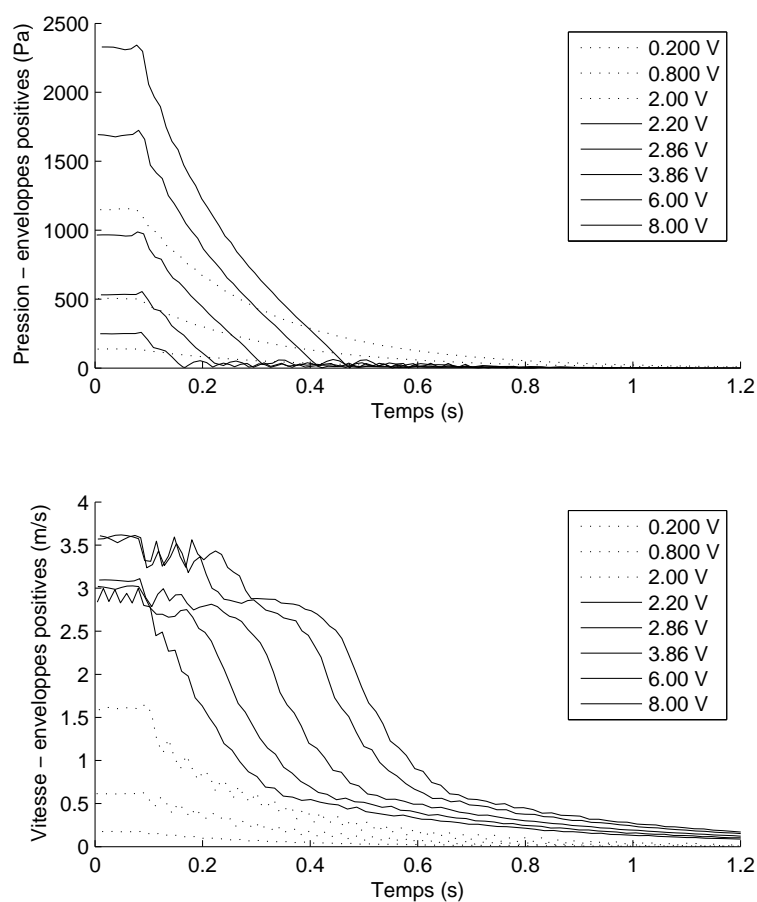
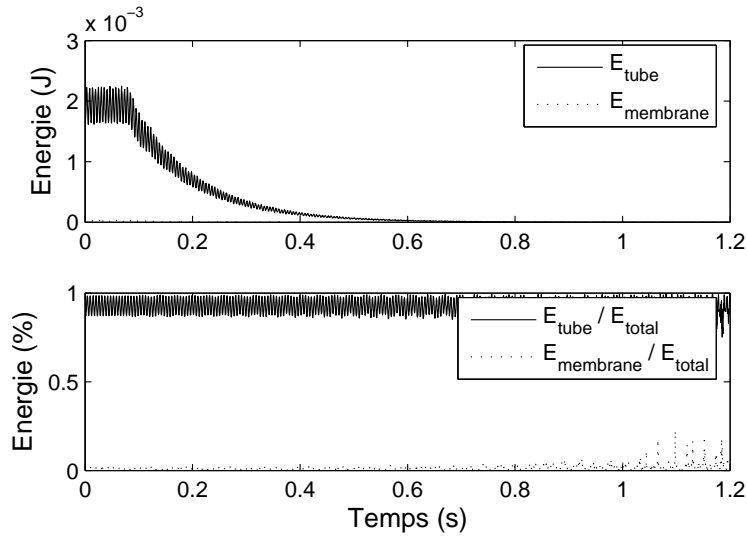
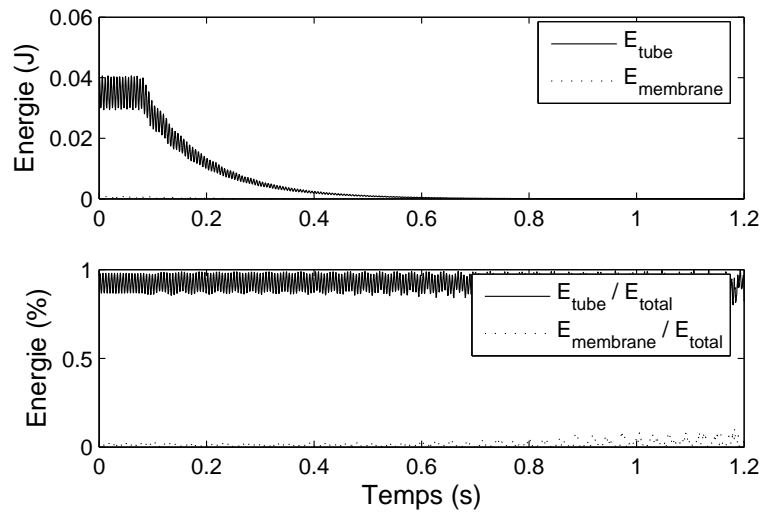
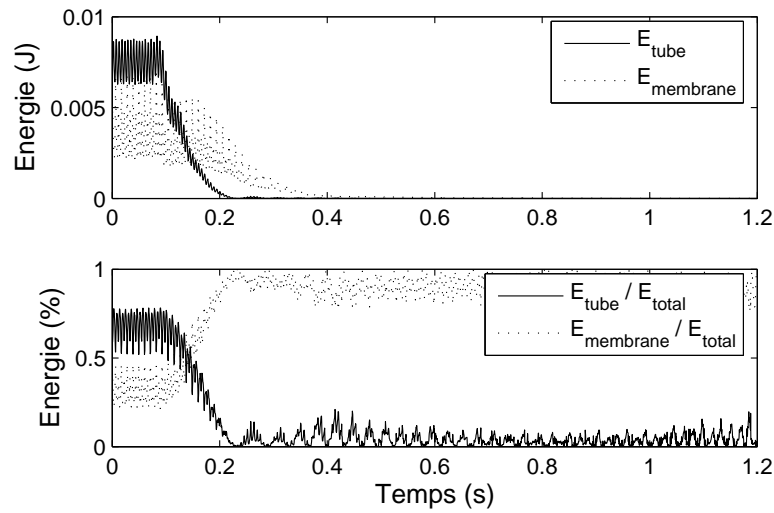


FIG. 5.14 – *Résultats expérimentaux.* Enveloppes positives des signaux de pression acoustique dans le tube et de vitesse de membrane pour différentes conditions initiales.

(a)  $\mathcal{A} = 0.400 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 2.00 \text{ V}$ .(c)  $\mathcal{A} = 2.86 \text{ V}$ .

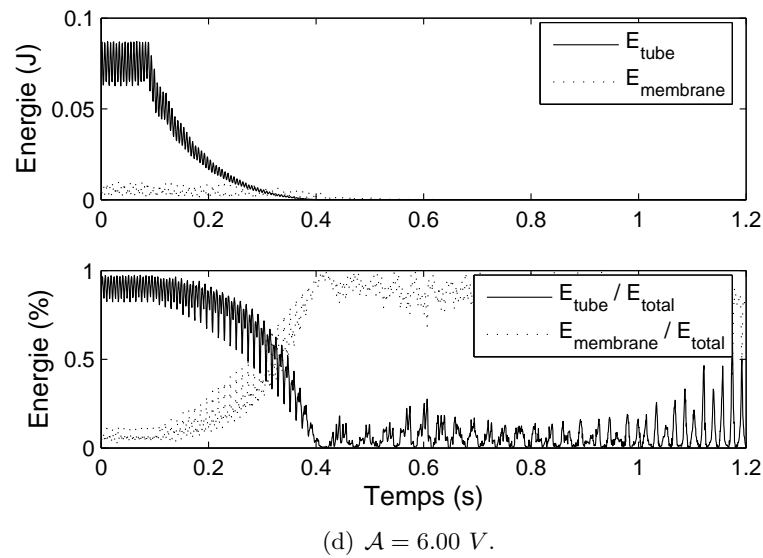


FIG. 5.15 – *Résultats expérimentaux*. Evolution de l'énergie dans le tube et dans la membrane et pourcentage d'énergie contenu dans chacun de ces éléments au cours du temps pour quatre conditions initiales différentes.

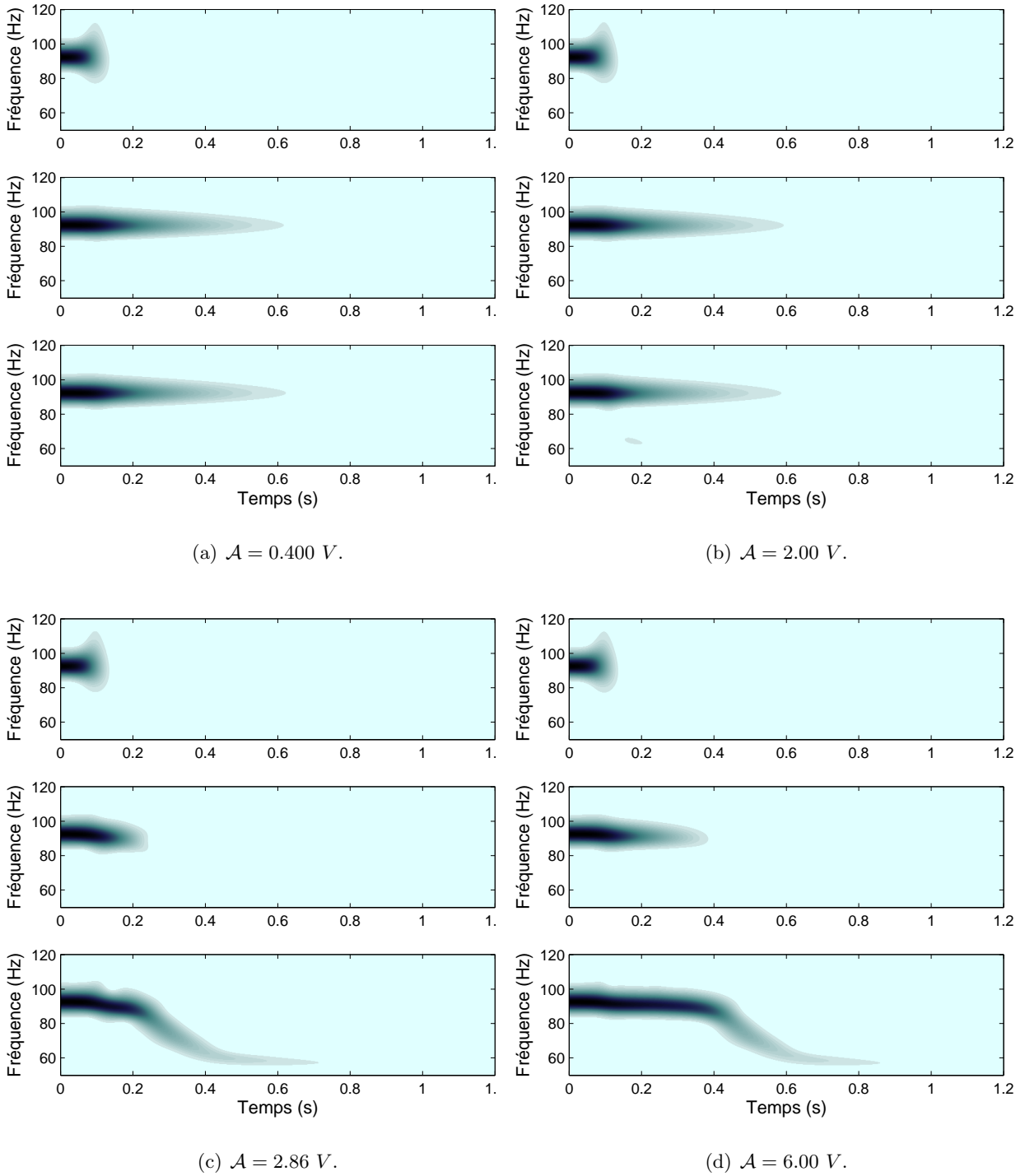
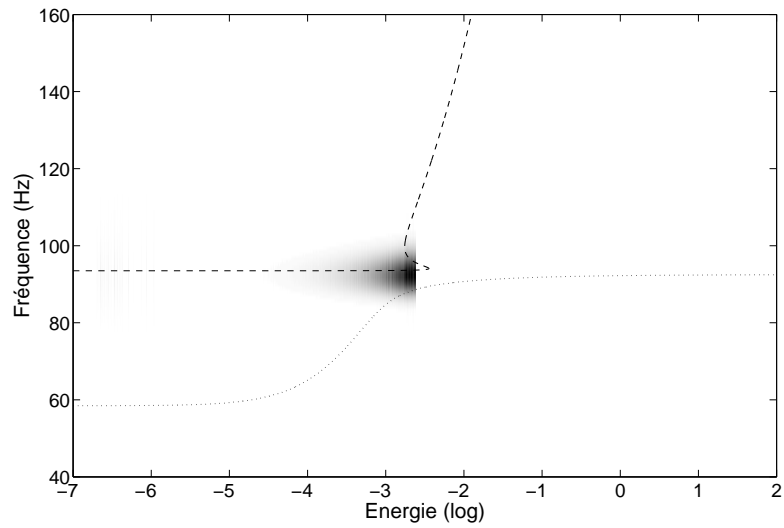
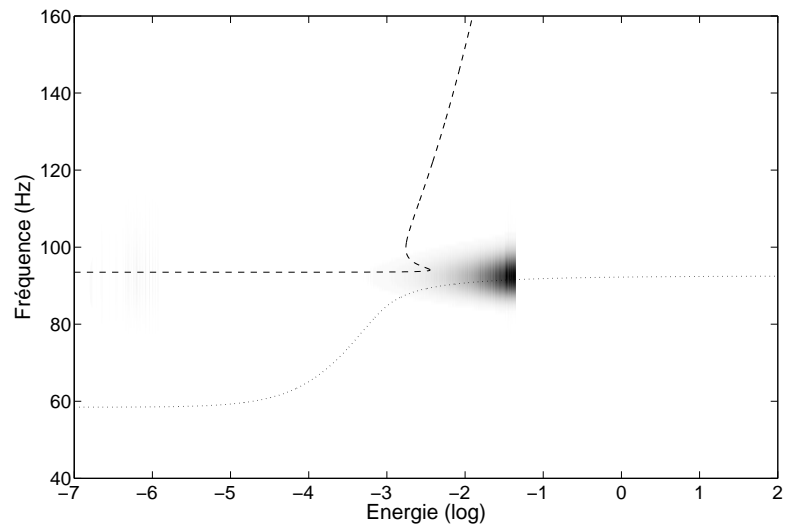


FIG. 5.16 – *Résultats expérimentaux*. Diagrammes temps-fréquence des signaux d'oscillations libres pour quatre conditions initiales différentes.

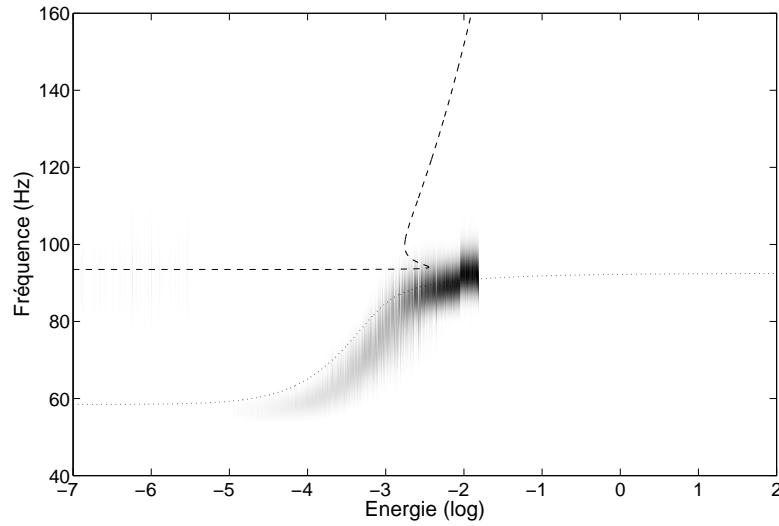




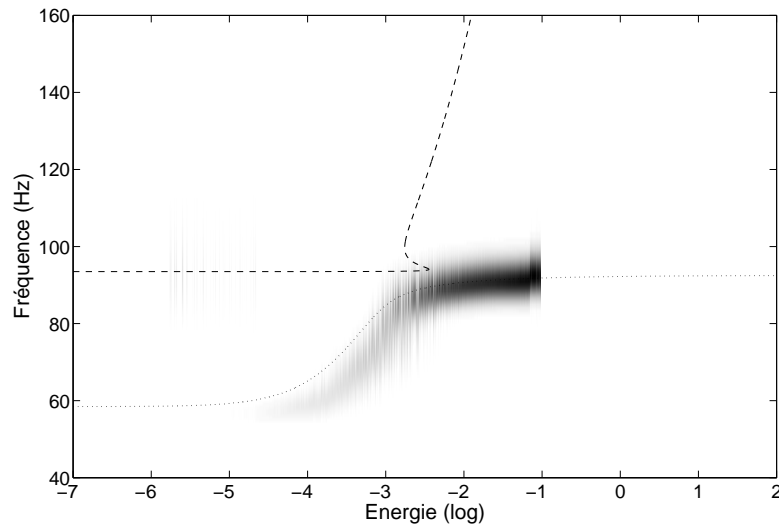
(a)  $\mathcal{A} = 0.400$  V. Modes non linéaires et image du signal de pression de la figure 5.13(a) dans le diagramme énergie-fréquence.



(b)  $\mathcal{A} = 2.00$  V. Modes non linéaires et image du signal de pression de la figure 5.13(b) dans le diagramme énergie-fréquence.



(c)  $\mathcal{A} = 2.86$  V. Modes non linéaires et image du signal de vitesse de la figure 5.13(d) dans le diagramme énergie-fréquence.



(d)  $\mathcal{A} = 6.00$  V. Modes non linéaires et image du signal de vitesse de la figure 5.13(f) dans le diagramme énergie-fréquence.

FIG. 5.17 – *Résultats expérimentaux*. Diagrammes fréquence-énergie des signaux de pression et de vitesse pour quatre conditions initiales différentes et modes non linéaires du système.

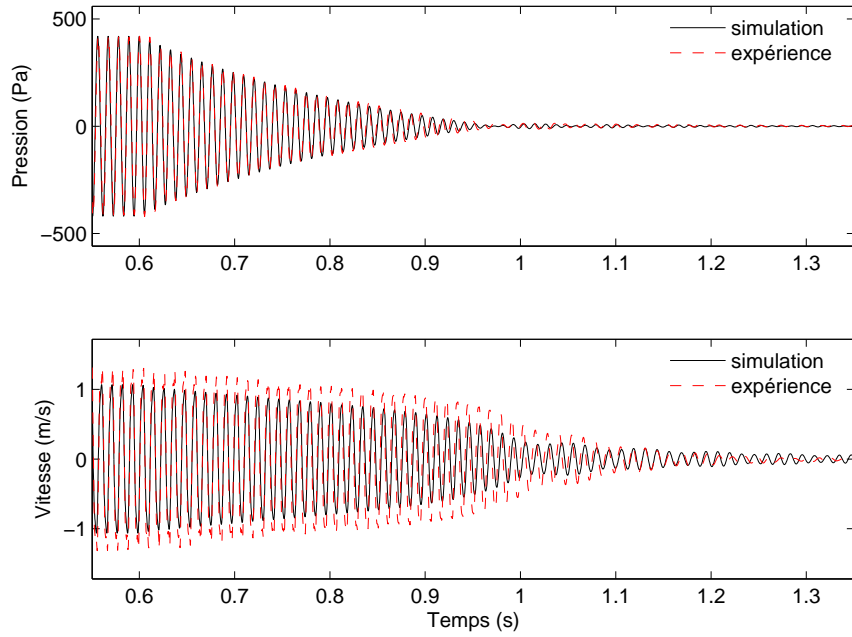


FIG. 5.18 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration :  $\mathcal{A} = 1.0$  V,  $A_{cc} = 12.5$  m.s<sup>-2</sup>,  $h = 0.39$  mm,  $R = 2$  cm,  $f_1 = 77$  Hz.

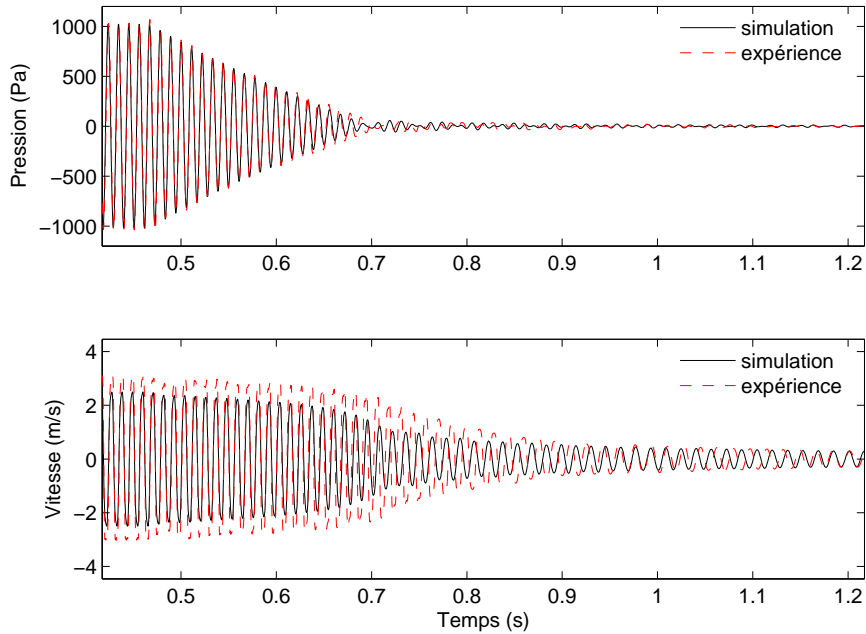


FIG. 5.19 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration :  $\mathcal{A} = 4.0$  V,  $A_{cc} = 12.5$  m.s<sup>-2</sup>,  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 57$  Hz.

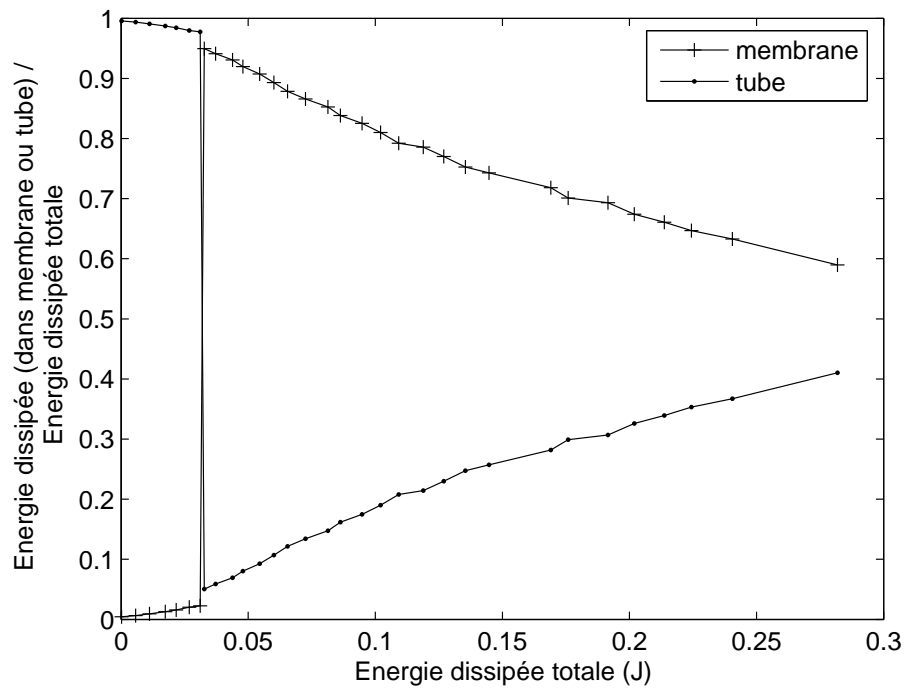


FIG. 5.20 – *Résultats expérimentaux*. Pourcentage de dissipation dans la membrane et dans le tube pour la configuration :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 57$  Hz.

### 5.3 Réponses fréquentielles

Le pompage énergétique étant intrinsèquement transitoire, l'étude du comportement en régime libre a permis de mettre en évidence les principales caractéristiques de la physique du phénomène. Cependant le fait qu'un absorbeur puisse absorber des sons brefs n'est pas la propriété la plus porteuse en acoustique. En effet la réduction du bruit concerne très majoritairement le traitement des importants niveaux sonores permanents. L'efficacité des absorbeurs acoustiques est donc généralement décrite par la réponse fréquentielle du système final. Cette partie présente ainsi les effets du couplage du milieu acoustique avec un absorbeur non linéaire dans le domaine fréquentiel.

#### 5.3.1 Différents types de réponses fréquentielles

L'étude expérimentale des réponses fréquentielles du système a été effectuée en mesurant l'amplitude de la pression acoustique au milieu du tube lors de balayages en fréquence à amplitude de source constante. Plusieurs configurations de membrane ont été testées et dans chaque cas, les mesures ont été faites pour de nombreuses amplitudes de source. Les figures 5.21 et 5.22 présentent les résultats de ces mesures pour les configurations respectives suivantes :  $h = 0.18$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 47$  Hz et  $h = 0.18$  mm,  $R = 4$  cm,  $f_1 = 45$  Hz. Ces deux figures sont chacune constituées de trois sous-figures :

- Première sous-figure :  
Tracé des réponses fréquentielles du système pour plusieurs amplitudes de source. Les réponses en Pa sont ici divisées par l'amplitude en V de l'entrée afin de pouvoir superposer les différentes courbes.
- Seconde sous-figure :  
Les mêmes réponses sont tracées sous la forme d'une surface des niveaux sonores en dB en fonction de l'amplitude de l'entrée et de la fréquence.
- Troisième sous-figure :  
Tracé de la courbe de crête de la surface précédente, c'est-à-dire la courbe reliant les maxima de chaque réponse en fréquence sans diviser celle-ci par l'amplitude d'entrée. Ceci permet de faire apparaître le niveau sonore maximal dans le tube en fonction de l'amplitude de la source.

Trois différents types de réponses fréquentielles apparaissent en fonction de l'amplitude de la source :

- Pour les faibles niveaux d'entrée, inférieurs au seuil  $S_1$ , la réponse suit simplement le pic de résonance du système primaire. L'énergie injectée dans le système est trop faible pour que la membrane agisse. Elle reste donc inactive pendant tout le balayage en fréquence et le comportement fréquentiel du système n'est pas modifié par sa présence.
- Lorsque le niveau d'entrée dépasse le seuil  $S_1$ , nous observons un phénomène d'écrtage du pic de résonance initial du système linéaire. Dans la zone où cet écrétage se produit, le système évolue sur le régime quasi-périodique évoqué précédemment. Lors de ce fonctionnement, la membrane se déclenche à chaque fois que le niveau sonore dans le tube atteint un certain niveau, réduit celui-ci par pompage énergétique puis se désactive lorsqu'il est devenu trop faible. Le niveau sonore peut croître à nouveau jusqu'à atteindre le même maximum et déclencher à nouveau la membrane. Cela se traduit donc sur la réponse fréquentielle par

une zone plate à la place du sommet du pic. En dehors du pic, le niveau sonore n'est pas assez important pour déclencher la membrane. La réponse fréquentielle n'y est donc pas modifiée. Ce type de réponse est sûrement la caractéristique la plus intéressante et la plus recherchée du pompage énergétique. Il est en effet particulièrement intéressant d'obtenir une réponse où l'absorbeur agit de lui-même, grâce à sa propriété d'auto-accordage au système primaire linéaire, sur la zone problématique qu'est le pic de résonance tout en restant transparent ailleurs.

- Enfin lorsque le niveau d'entrée dépasse le second seuil  $S_2$ , un nouveau pic de résonance apparaît, légèrement décalé vers les basses fréquences. Même si son maximum reste toujours inférieur au maximum du pic de résonance initial, ce type de réponse est bien moins intéressant que l'écrtage précédent. Lorsque le système parcourt ce nouveau pic, la membrane est active et vibre en phase avec l'air en bout de tube. Le décalage de fréquence peut ainsi être interprété comme un simple effet de masse ajoutée au système primaire décalant sa fréquence de résonance vers les basses fréquences. Il est donc logiquement plus important dans le cas où le rayon de la membrane est de 4 cm que dans le cas où il est de 3 cm. Ce pic est à mettre en lien avec la solution détachée et indésirable mise en évidence dans [1, 7]. Notons que dans [53], une investigation autour du type d'amortissement est faite dans le but de supprimer ce type de réponse. Il est ainsi montré que l'utilisation d'un amortissement de type quadratique peut permettre une complète élimination de ce régime périodique indésirable. Dans le cas de la membrane, cette solution n'est pas accessible, mais dans celui de l'utilisation d'un haut-parleur en tant qu'absorbeur non linéaire, des composants électroniques branchés à ses bornes pourraient éventuellement permettre de travailler dans cette voie.

Les figures 5.21(a) et 5.22(a) où sont tracées les réponses fréquentielles du système mettent ainsi en évidence ces trois types de comportement en fréquentiel. L'écrtage y apparaît de plus en plus bas et large avec l'augmentation de l'amplitude d'entrée ce qui peut être trompeur. En effet celui-ci intervient en réalité toujours au même niveau acoustique dans le tube, mais puisque sur cette illustration, les réponses sont divisées par le niveau d'entrée afin d'être superposées et comparées, le rapport d'un nombre constant sur un nombre croissant apparaît effectivement de plus en plus bas.

Sur la représentation en surface du comportement fréquentiel du système (figures 5.21(b) et 5.22(b)) en niveaux sonores réels (non divisés par l'entrée), le premier comportement fréquentiel apparaît comme une succession de pics identiques mais de plus en plus hauts avec l'augmentation de l'amplitude d'entrée. Mais à partir d'un niveau d'entrée correspondant à  $S_1$ , les sommets de ces pics sont coupés et plafonnent sous le seuil de pompage imposé par le régime quasi-périodique. Le pompage énergétique apparaît bien ici comme un phénomène de limitation sonore. Notons que les niveaux auxquels ce plafond apparaît sont très importants : environ 140 dB pour le premier cas et 148 dB pour le second. Ensuite, à partir du niveau d'entrée correspondant à  $S_2$ , le niveau acoustique augmente à nouveau sur le second pic légèrement décalé en fréquence. La zone de pompage et sa délimitation en fréquence et en niveaux d'entrée est ainsi clairement mise en évidence par cette illustration.

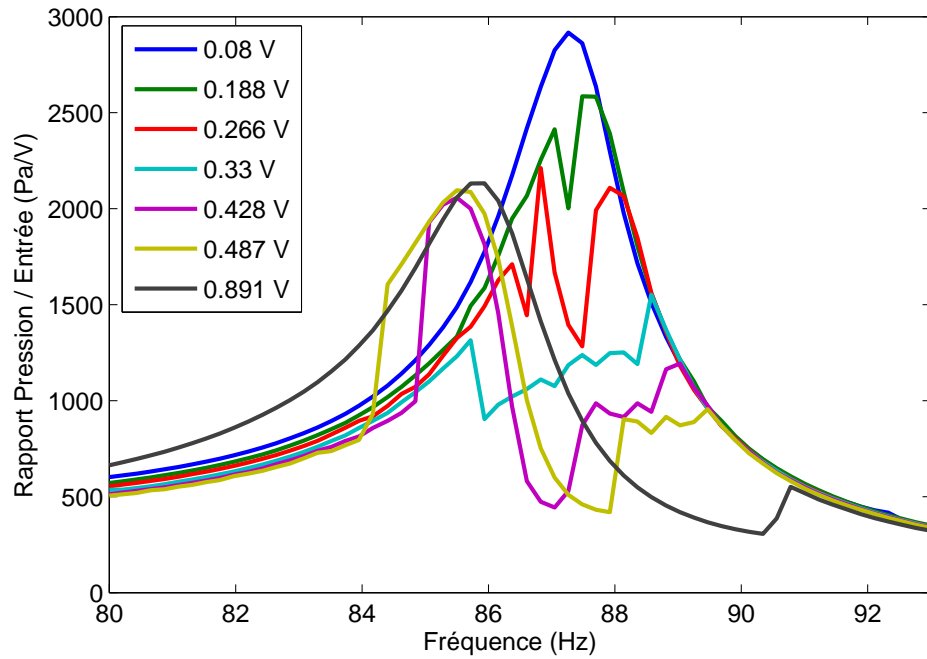
La troisième représentation des figures 5.21(c) et 5.22(c) fait apparaître plus simplement ces trois zones en traçant la courbe de crête de la surface des réponses fréquentielles. Nous retrouvons donc une partie de courbe croissante pour les niveaux d'entrée inférieurs à  $S_1$  pour lesquels l'absorbeur n'agit pas, puis une seconde partie plus ou moins horizontale correspondant à l'écrtage des pics de résonance et enfin une nouvelle partie croissante à partir du niveau d'entrée  $S_2$ . Ces courbes des "pires points" de chaque réponse fréquentielle permettent de comprendre

qu'a priori, les enjeux d'une optimisation du phénomène seront de rabaisser le niveau du plafond de pompage en essayant d'avoir une valeur de  $S_1$  la plus petite possible et de repousser la fin du plafond le plus loin possible en ayant une valeur de  $S_2$  la plus grande possible. Nous verrons dans le chapitre suivant portant sur les études paramétriques si la modification de certains paramètres permet de résoudre ce problème.

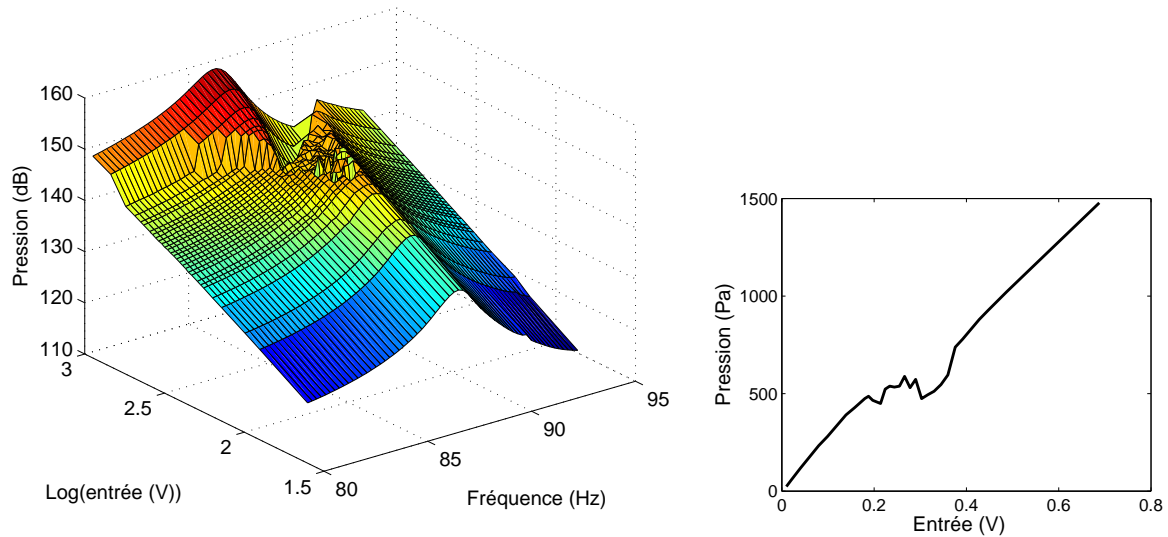
La simulation du comportement fréquentiel du système a été réalisée pour les deux mêmes configurations que précédemment. Les résultats de ces travaux sont présentés sur les figures 5.23 et 5.24 de la même manière que pour les résultats expérimentaux. Qualitativement, la simulation reproduit parfaitement les observations expérimentales et les figures ont exactement la même allure que les figures expérimentales correspondantes. Elles sont en fait légèrement et naturellement plus "lisses" ou "propres", notamment dans la zone d'écrêtage, ce qui rend le phénomène encore plus visible. Seule la valeur du niveau sonore du plafond de pompage est différent : il est simulé à environ 130 dB au lieu de 140 pour le premier cas et 140 dB au lieu de 148 pour le second. La conséquence de l'augmentation de rayon suit ainsi numériquement la même tendance qu'expérimentalement : augmentation du niveau du plafond de pompage et du décalage fréquentiel du nouveau pic de résonance.

## Conclusion

Dans ce chapitre, qui s'avère être le coeur de cette thèse, une description complète du pompage énergétique est réalisée et les différents phénomènes physiques en jeu sont mis en évidence par différentes illustrations basées à la fois sur des mesures expérimentales que sur des simulations numériques. Les différents régimes sous excitation sinusoïdale, les comportements en oscillations libres et enfin les réponses fréquentielles du système couplé sont ainsi présentés. Les différentes études réalisées dans ce chapitre l'ont été à partir de seulement une ou deux configurations du système, dans le but de n'expliquer que les principes généraux du phénomène de pompage énergétique. Maintenant que ceux-ci sont compris, l'étude du rôle des différents paramètres physiques de la membrane constitue le thème du chapitre suivant.



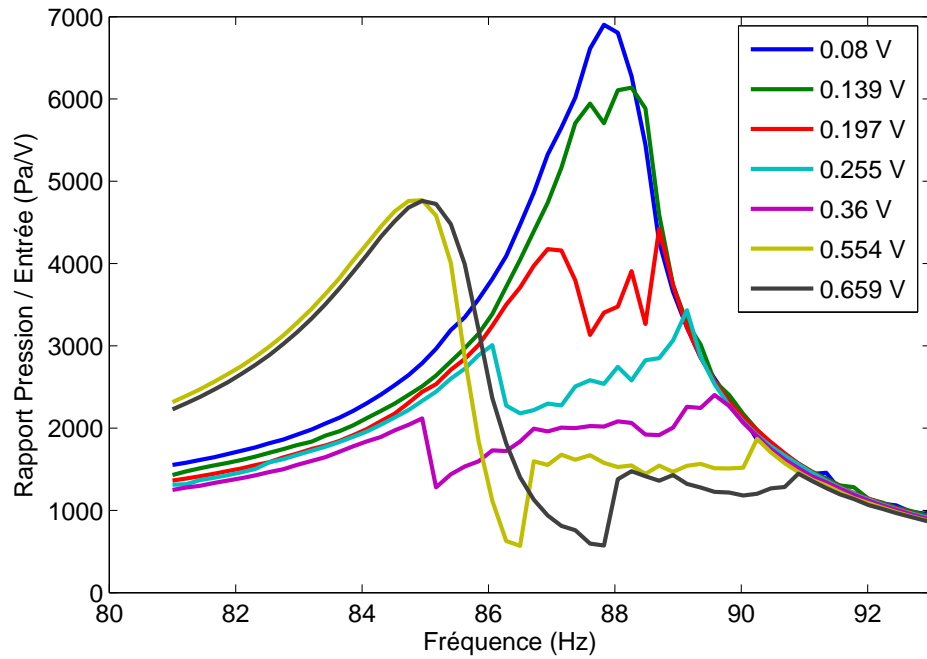
(a) Réponses fréquentielles pour différents niveaux d'entrée.



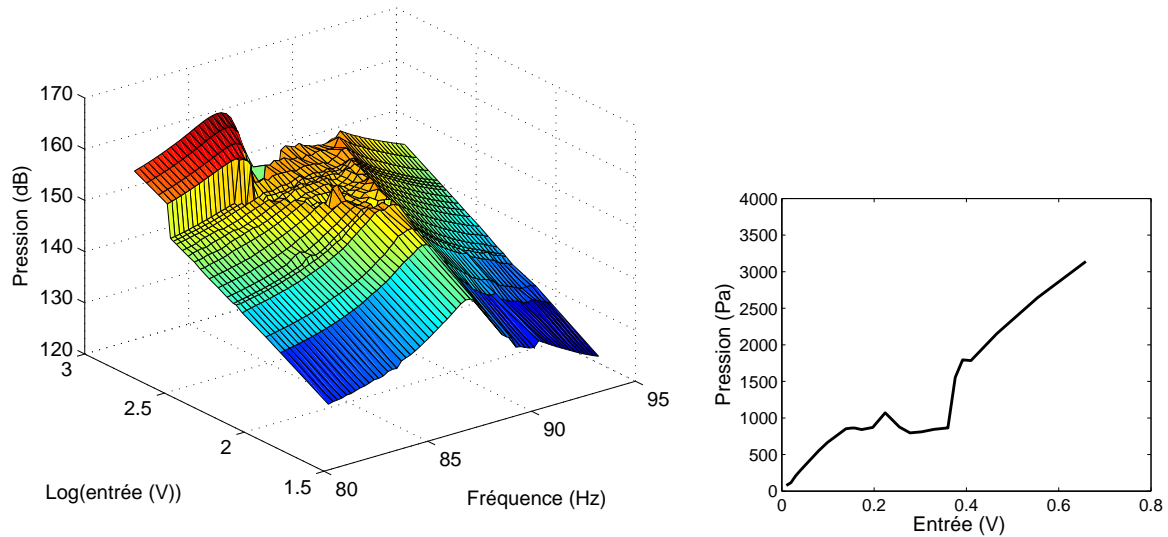
(b) Surface du niveau sonore en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. (c) Courbe de crête de la surface de la figure 5.21(b).

FIG. 5.21 – *Résultats expérimentaux.* Comportement fréquentiel du montage dans la configuration de membrane :  $h = 0.18$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 47$  Hz. En haut, réponses fréquentielles (mesures au milieu du tube divisées par l'entrée) pour différents niveaux d'entrée. En bas à gauche, surface du niveau sonore (mesures au milieu du tube non divisées par l'entrée) en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. En bas à droite, courbe de crête de la surface précédente (courbe reliant les maxima de chaque réponse en fréquence).



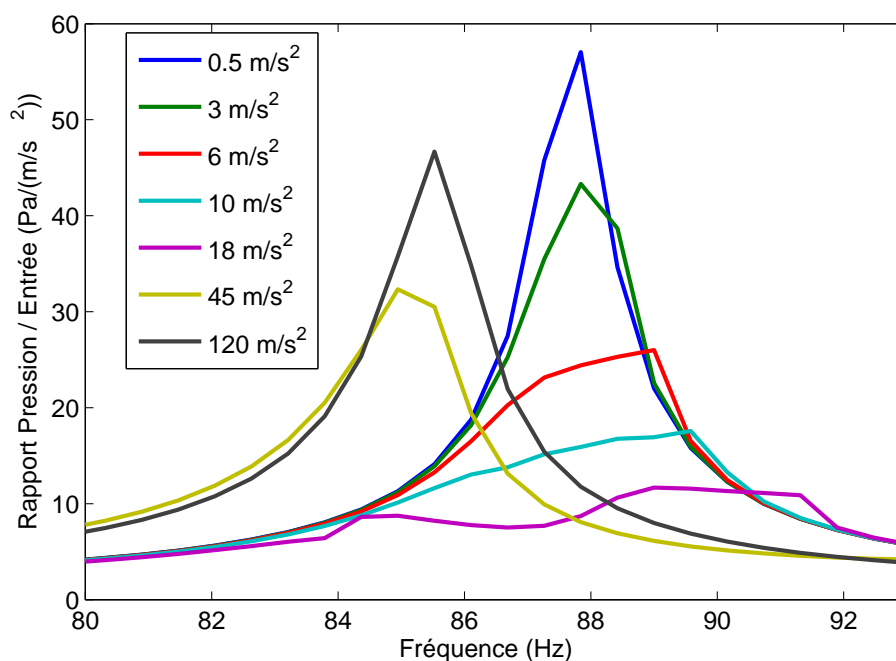


(a) Réponses fréquentielles pour différents niveaux d'entrée.

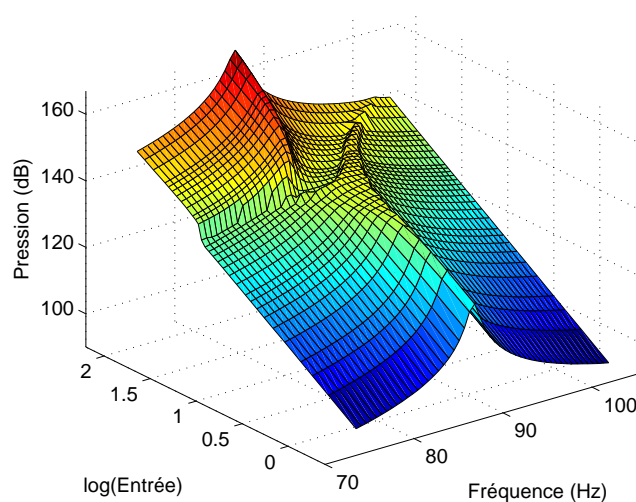


(b) Surface du niveau sonore en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. (c) Courbe de crête de la surface de la figure 5.22(b).

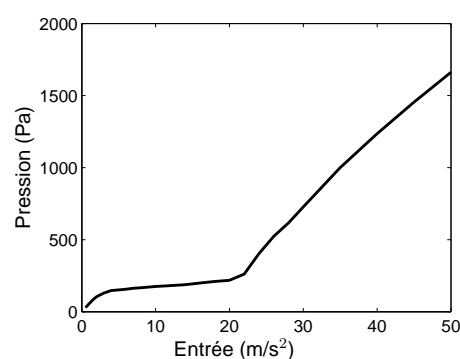
FIG. 5.22 – *Résultats expérimentaux.* Comportement fréquentiel du montage dans la configuration de membrane :  $h = 0.18$  mm,  $R = 4$  cm,  $f_1 = 45$  Hz. En haut, réponses fréquentielles (mesures au milieu du tube divisées par l'entrée) pour différents niveaux d'entrée. En bas à gauche, surface du niveau sonore (mesures au milieu du tube non divisées par l'entrée) en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. En bas à droite, courbe de crête de la surface précédente (courbe reliant les maxima de chaque réponse en fréquence).



(a) Réponses fréquentielles pour différents niveaux d'entrée.

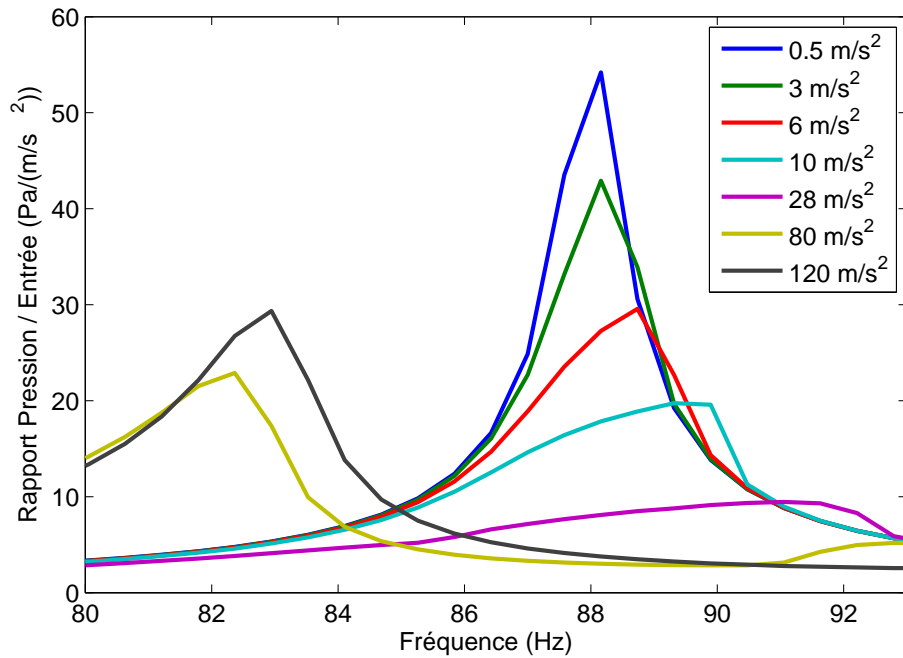


(b) Surface du niveau sonore en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence.

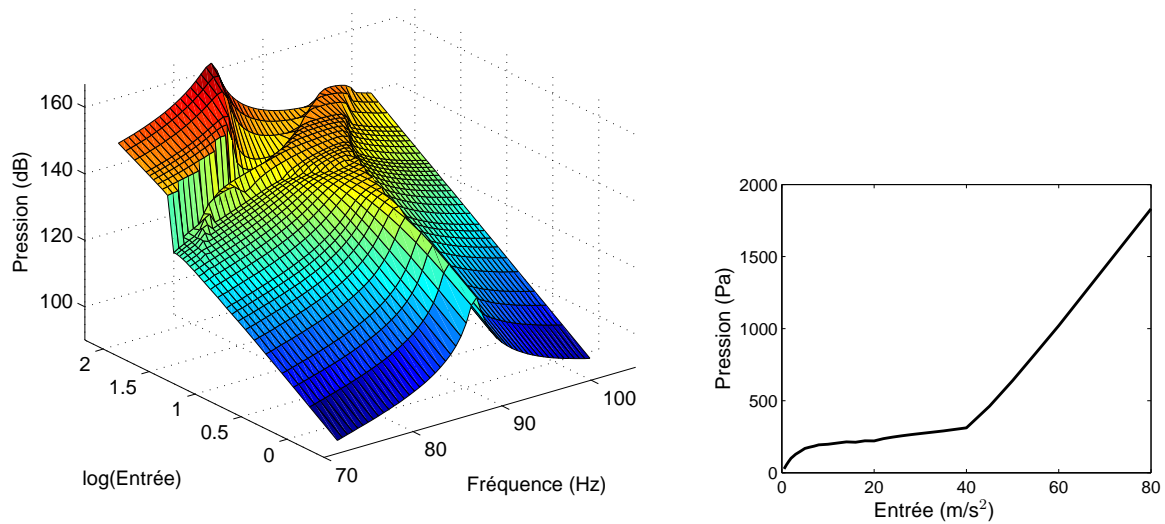


(c) Courbe de crête de la surface de la figure 5.22(b).

FIG. 5.23 – *Résultats numériques*. Simulation du comportement fréquentiel du système pour la configuration de la figure 5.21 et mise en forme des résultats du même type : réponses fréquentielles, surface des niveaux sonores et courbe de crête.



(a) Réponses fréquentielles pour différents niveaux d'entrée.



(b) Surface du niveau sonore en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. (c) Courbe de crête de la surface de la figure 5.22(b).

FIG. 5.24 – *Résultats numériques*. Simulation du comportement fréquentiel du système pour la configuration de la figure 5.22 et mise en forme des résultats du même type : réponses fréquentielles, surface des niveaux sonores et courbe de crête.

## Chapitre 6

# Analyse paramétrique

---

### Introduction

La figure 5.14, présente dans le chapitre précédent et où sont tracées les enveloppes positives des signaux d'oscillations libres du système, montre que la pente quasi-linéaire des décroissances ne dépend pas de l'amplitude initiale de vibration. Cette pente ne varie donc qu'en fonction des différents paramètres physiques de la membrane. Ce chapitre présente ainsi les résultats d'études paramétriques, à la fois expérimentales et numériques, montrant l'influence de chacun de ces paramètres sur les signaux temporels de décroissance en oscillations libres et sur les réponses en fréquence du système.

## 6.1 Rayon de la membrane

La figure 6.1 présente les signaux de décroissance du système en oscillations libres pour deux configurations où seul le rayon de la membrane est différent. Celui-ci est de 2 cm dans le premier cas (figure 6.1(a)) et de 3 cm dans le second (figure 6.1(b)), le niveau initial de pression acoustique étant le même dans les deux cas. Cette comparaison permet de mettre en évidence qu'en terme de rapidité d'extinction, la plus grande des membranes est nettement plus efficace que la plus petite. La pente de décroissance est beaucoup plus importante dans le second cas, ce qui est équivalent.

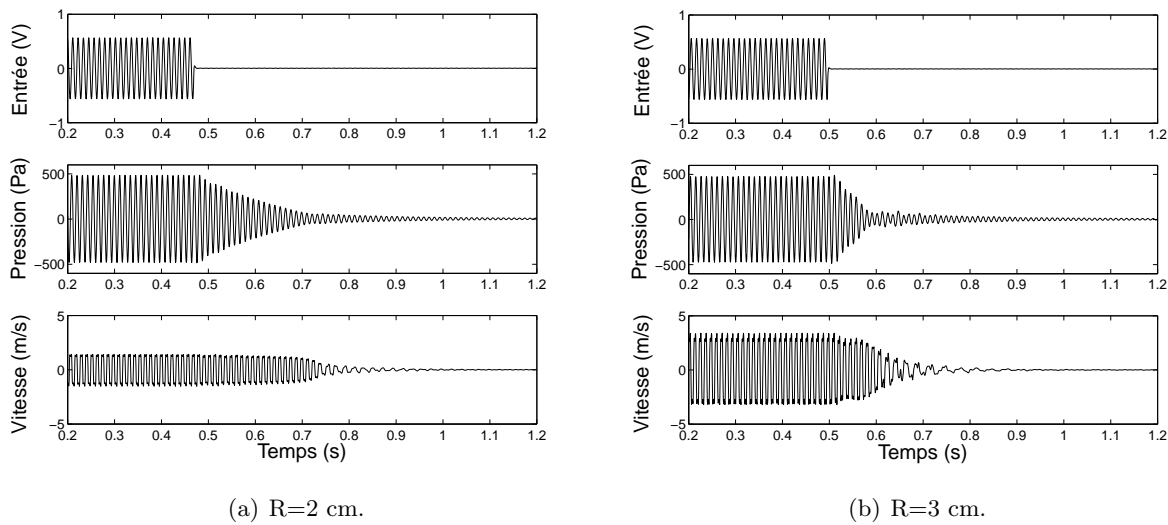


FIG. 6.1 – *Résultats expérimentaux.* Influence du rayon de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression.

En ce qui concerne l'influence du paramètre “rayon de membrane” sur les réponses fréquentielles, les résultats seront présentés sous la forme des courbes de crête de la surface simulée des niveaux sonores en fonction de la fréquence et de l'amplitude d'entrée. Chacune de ces courbes permet de relever les valeurs de trois seuils : le seuil d'entrée de début de pompage  $S_1$ , le seuil d'entrée de fin de pompage  $S_2$  et le seuil de pression  $P_S$  correspondant à la valeur de pression sur le plateau de pompage. Etant donné que  $P_S$  et  $S_1$  sont à peu près proportionnels, les seules deux grandeurs  $P_S$  et  $S_2 - S_1$  (profondeur du plateau) permettent de caractériser simplement et quasiment entièrement le comportement fréquentiel du système.

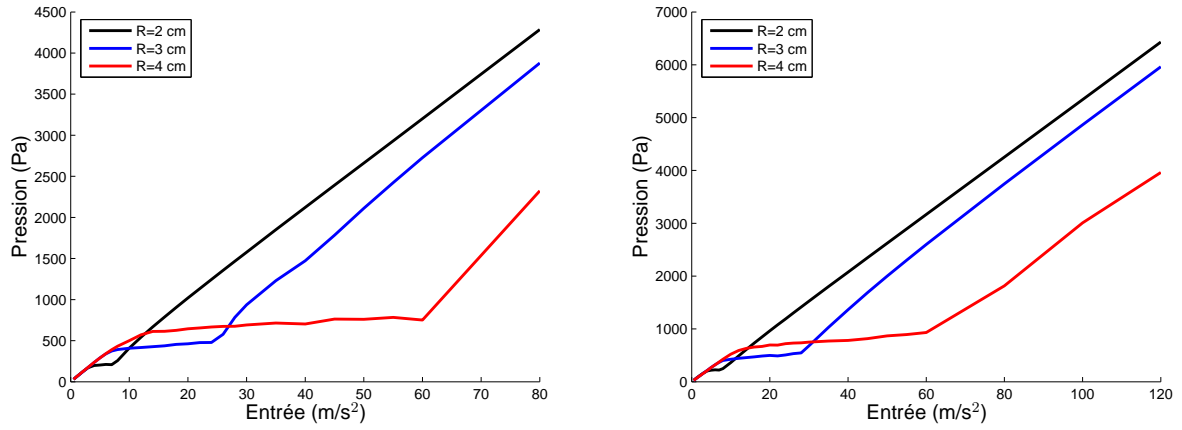
Trois courbes sont présentes sur les figures 6.2(a) et 6.2(b). Elles correspondent aux courbes de crête obtenues pour trois rayons de membrane différents (2, 3 et 4 cm) à partir des configurations :  $h = 0.39$  mm et  $f_1 = 30$  Hz pour la figure 6.2(a) et  $h = 0.62$  mm et  $f_1 = 50$  Hz pour la figure 6.2(b). Les conclusions qualitatives de cette étude sont les mêmes pour les deux figures (et aussi pour toute autre configuration) :

- Un petit rayon de membrane permet d'observer le pompage énergétique pour de plus faibles niveaux sonores qu'avec un grand rayon :
  - figure 6.2(a) :  $P_S(R = 2\text{cm}) \approx 200$  Pa,  $P_S(R = 4\text{cm}) \approx 700$  Pa.
  - figure 6.2(b) :  $P_S(R = 2\text{cm}) \approx 200$  Pa,  $P_S(R = 4\text{cm}) \approx 800$  Pa.
- Un grand rayon de membrane permet d'observer un plateau de pompage considérablement

plus profond qu'avec un petit rayon :

- figure 6.2(a) :  $S_2 - S_1(R = 2\text{cm}) \approx 4 \text{ m.s}^{-2}$  ,  $S_2 - S_1(R = 4\text{cm}) \approx 48 \text{ m.s}^{-2}$ .
- figure 6.2(b) :  $S_2 - S_1(R = 2\text{cm}) \approx 7 \text{ m.s}^{-2}$  ,  $S_2 - S_1(R = 4\text{cm}) \approx 48 \text{ m.s}^{-2}$ .

En définitive, aucune réponse catégorique ne peut être donnée pour optimiser le phénomène grâce à bon choix du rayon de la membrane : un petit rayon semble mieux adapté à des applications où les niveaux sonores restent relativement faibles alors qu'un grand rayon sera meilleur pour des applications à forts niveaux sonores.



(a) Configuration :  $h = 0.39 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 30 \text{ Hz}$ ,  $R$  variable. (b) Configuration :  $h = 0.62 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ ,  $R$  variable.

FIG. 6.2 – *Résultats numériques*. Influence du rayon de la membrane sur les réponses fréquentielles du système pour deux exemples de configuration. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée.

## 6.2 Epaisseur de la membrane

Les simulations des oscillations libres du système présentées sur la figure 6.3 permettent d'observer l'influence de l'épaisseur de la membrane sur celles-ci. Pour la sous-figure 6.3(a), cette épaisseur est de 0.18 mm alors que pour la sous-figure 6.3(b), elle est de 0.62 mm, le reste de la configuration étant commun ( $R = 3 \text{ cm}$ ,  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ ,  $\eta = 0.0006 \text{ s}^{-1}$ ). Nous observons ainsi que l'augmentation de l'épaisseur de la membrane permet de légèrement augmenter la pente de décroissance. Cependant, cette décroissance quasi-linéaire s'arrête de plus en plus tôt avec cette augmentation, laissant ensuite la pression décroître exponentiellement, et donc plus lentement.

En ce qui concerne l'aspect fréquentiel de l'influence de l'épaisseur, la figure 6.4 présente les courbes de crêtes simulées pour les configurations  $R = 2 \text{ cm}$ ,  $f_1 = 30 \text{ Hz}$ ,  $\eta = 0.001 \text{ s}^{-1}$ ,  $h = 0.18/0.39/0.62 \text{ mm}$  (figure 6.4(a)) et  $R = 3 \text{ cm}$ ,  $f_1 = 30 \text{ Hz}$ ,  $\eta = 0.001 \text{ s}^{-1}$ ,  $h = 0.18/0.39/0.62 \text{ mm}$  (figure 6.4(b)). La conclusion de ce que nous pouvons observer sur ces figures est que l'augmentation de l'épaisseur de la membrane fait croître la valeur de la pression seuil  $P_S$  sans modifier la profondeur du plateau de pompage :

- figure 6.4(a) :  $P_S(R = 2\text{cm}) \approx 90 \text{ Pa}$ ,  $P_S(R = 4\text{cm}) \approx 340 \text{ Pa}$ ,  $S_2 - S_1 \approx cste = 12. \text{ m.s}^{-2}$
- figure 6.4(b) :  $P_S(R = 2\text{cm}) \approx 200 \text{ Pa}$ ,  $P_S(R = 4\text{cm}) \approx 750 \text{ Pa}$ ,  $S_2 - S_1 \approx cste = 5. \text{ m.s}^{-2}$

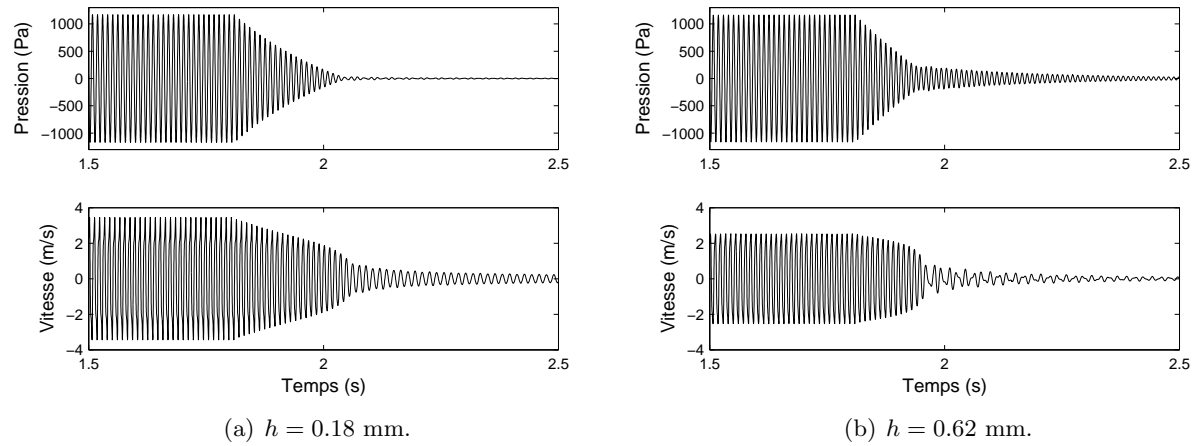


FIG. 6.3 – *Résultats numériques.* Influence de l'épaisseur de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression.

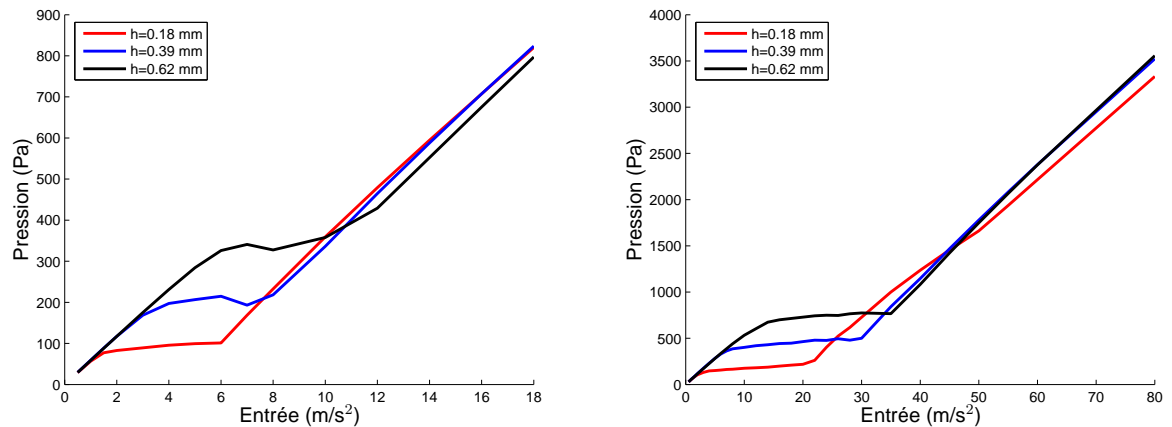


FIG. 6.4 – *Résultats numériques.* Influence de l'épaisseur de la membrane sur les réponses fréquentielles du système pour deux exemples de configuration. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée.

Il est à nouveau difficile de conclure quant à une façon d'optimiser le phénomène avec un choix judicieux de l'épaisseur de la membrane. En fonction des exigences et de l'application considérée, différents choix pourront être effectués pour par exemple "régler" la hauteur (valeur de  $P_S$ ) du plateau de pompage à la valeur voulue.

### 6.3 Amortissement de la membrane

Comme nous l'observons sur la figure 6.5, la valeur du coefficient d'amortissement  $\eta$  de la membrane a également une forte influence sur l'évolution temporelle du système en oscillations libres. Une faible valeur de ce coefficient rend la pente de la décroissance logiquement plus faible

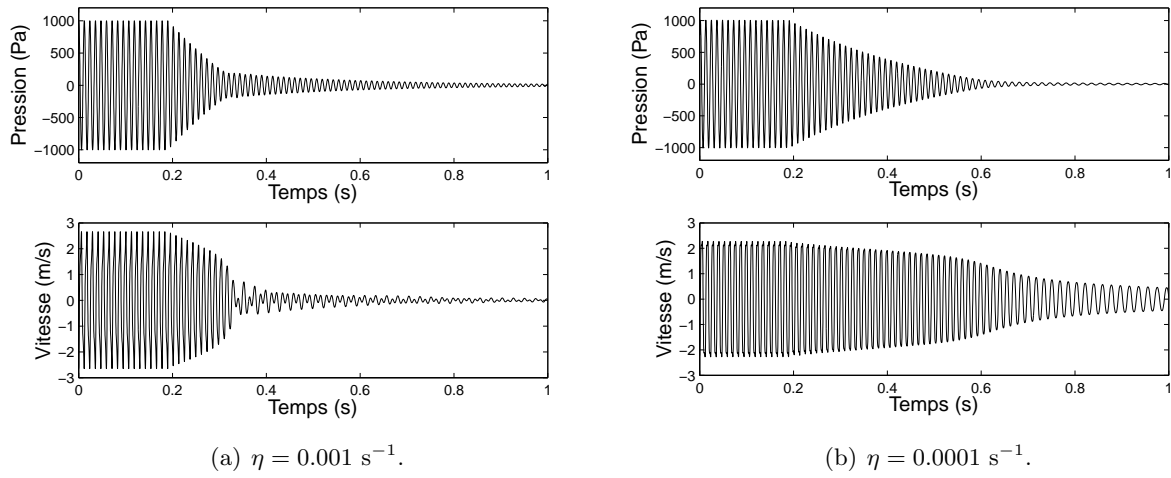


FIG. 6.5 – *Résultats numériques*. Influence de l'amortissement de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression.

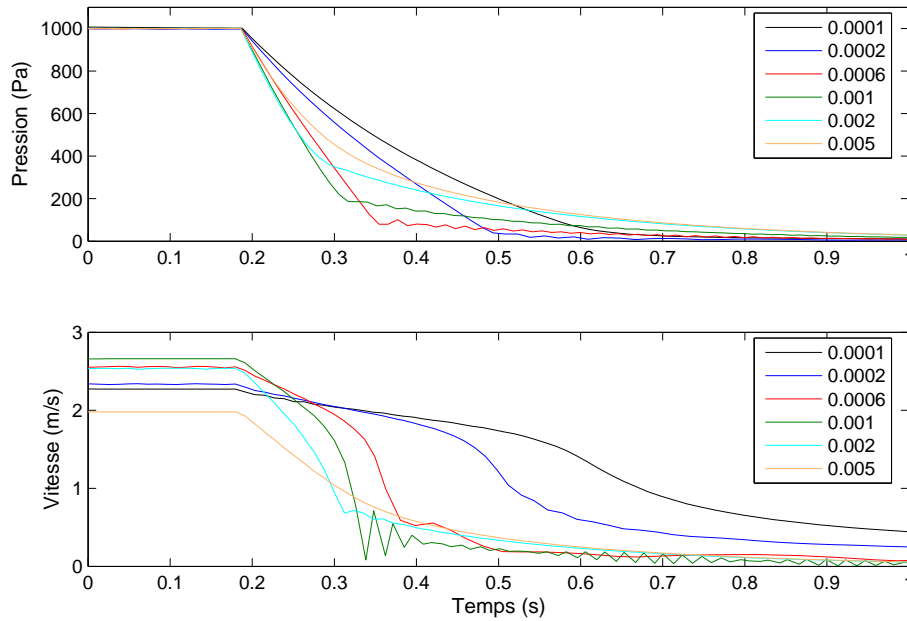


FIG. 6.6 – *Résultats numériques*. Influence de l'amortissement de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. Représentation sous la forme d'enveloppes positives des signaux temporels.

mais permet aussi de rabaisser le niveau du point où la décroissance de type pompage s'arrête pour laisser place à une décroissance exponentielle. À l'inverse, une valeur plus importante de  $\eta$  permet d'augmenter la pente de la décroissance quasi-linéaire. Cependant cela remonte également le niveau du point où le pompage s'arrête pour laisser place à la décroissance exponentielle. Deux exemples de fort et faible amortissements ( $\eta = 0.001 \text{ s}^{-1}$  et  $\eta = 0.0001 \text{ s}^{-1}$ ) sont donnés



respectivement sur les sous-figures 6.5(a) et 6.5(b) (le reste de la configuration étant :  $R = 3$  cm,  $h = 0.39$  mm et  $f_1 = 30$  Hz) et permettent d'observer ce qui vient d'être décrit. En présentant les enveloppes positives des signaux temporels de décroissance pour différentes valeurs de  $\eta$ , la figure suivante (figure 6.6) permet de superposer de plus nombreuses données. Elle permet également de clairement réaliser qu'une valeur maximale d'amortissement existe, au-delà de laquelle le phénomène de pompage n'est plus observable. En effet comme nous l'avons dit, en augmentant la valeur de  $\eta$ , le niveau du point où le pompage s'arrête pour laisser place à une décroissance exponentielle augmente également. Il existe donc une valeur à partir de laquelle ce niveau atteint le niveau initial de vibration. Le pompage n'est alors plus visible sur les oscillations libres du système. Ce cas est atteint sur la figure 6.6 pour  $\eta = 0.005 \text{ s}^{-1}$ .

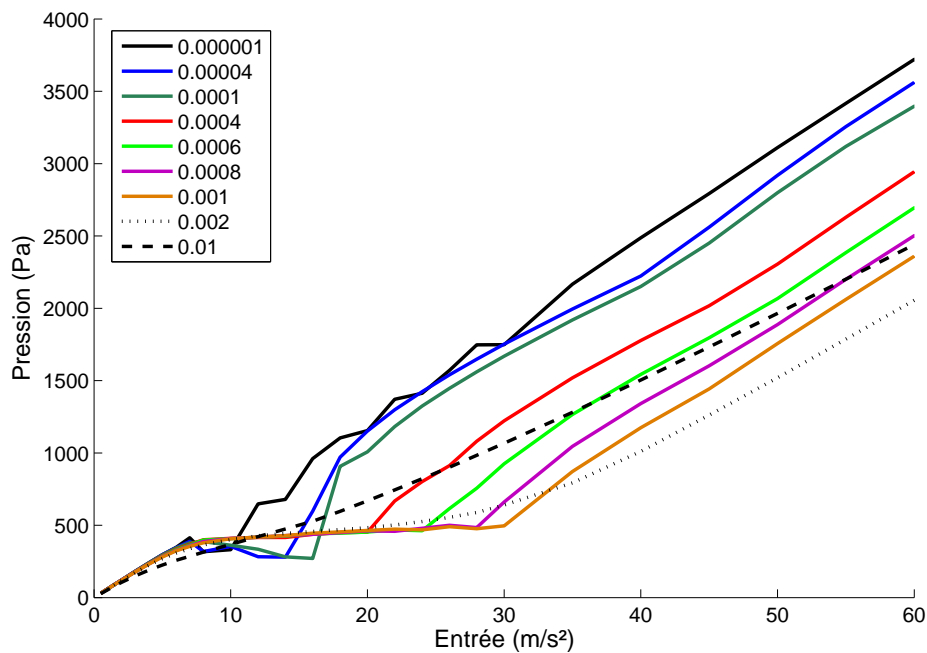


FIG. 6.7 – *Résultats numériques.* Influence de l'amortissement de la membrane sur les réponses fréquentielles du système. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée.

La figure 6.7 présente la simulation de courbes de crêtes pour de nombreuses valeurs de  $\eta$  avec la même configuration fixe que pour les simulations temporelles précédentes ( $R = 3$  cm,  $h = 0.39$  mm et  $f_1 = 30$  Hz). Il ressort de cette figure que le niveau du plateau (et donc également le niveau du seuil  $S_1$ ) est indépendant de la valeur de  $\eta$ . Seul le seuil d'entrée de fin de plateau  $S_2$  varie. Celui-ci croît avec l'augmentation de  $\eta$ , augmentant ainsi la profondeur du plateau de pompage, jusqu'à ce que la valeur maximale d'amortissement soit atteinte. Au-delà de cette valeur, la courbe de crête devient lisse et ne laisse plus apparaître de plateau. Aussi bien qu'en temporel à propos des oscillations libres, cette figure met en évidence sous l'aspect fréquentiel l'existence d'un amortissement maximal à partir duquel le pompage disparaît. D'un point de vue fréquentiel et dans le but d'optimiser la profondeur du plateau de pompage, la valeur optimale de  $\eta$  est donc également sa valeur maximale. Notons qu'un travail analytique (voir [17]) avait déjà permis de mettre en évidence la contrainte d'un amortissement maximal de l'absorbeur

non linéaire au-delà duquel le pompage énergétique ne peut pas avoir lieu. Cela avait été établi sur la base d'un modèle où l'amortissement de l'absorbeur est simplement visqueux. Ici, la loi d'amortissement non linéaire ne change donc pas qualitativement ce résultat.

## 6.4 Tension de la membrane

En jouant sur la tension de la membrane, il est possible de modifier sa fréquence de résonance  $f_1$ . Tant que celle-ci reste inférieure à la première fréquence de résonance du milieu acoustique, le pompage énergétique reste possible. Dans ce cas, une augmentation de la tension de la membrane a exactement les mêmes conséquences qualitatives qu'une réduction de son rayon. En effet, la figure 6.8 montre que la pente de décroissance est plus faible avec une forte tension et la figure 6.9 montre que le plateau de pompage devient de plus en plus haut et profond lorsque la tension diminue :

- Une forte tension de membrane permet d'observer le pompage énergétique pour de plus faibles niveaux sonores qu'avec une faible tension :
  - figure 6.9(a) :  $P_S(f_1 = 70Hz) \approx 80 \text{ Pa}$ ,  $P_S(f_1 = 30Hz) \approx 450 \text{ Pa}$ .
  - figure 6.9(b) :  $P_S(f_1 = 70Hz) \approx 200 \text{ Pa}$ ,  $P_S(f_1 = 30Hz) \approx 1200 \text{ Pa}$ .
- Une faible tension de membrane permet d'observer un plateau de pompage considérablement plus profond qu'avec une forte tension :
  - figure 6.9(a) :  $S_2 - S_1(f_1 = 70Hz) \approx 7 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $S_2 - S_1(f_1 = 30Hz) \approx 22 \text{ m.s}^{-2}$ .
  - figure 6.9(b) :  $S_2 - S_1(f_1 = 70Hz) \approx 15 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $S_2 - S_1(f_1 = 30Hz) \approx 60 \text{ m.s}^{-2}$ .

La conclusion qualitative est donc la même que pour la partie concernant le rayon de la membrane : une forte tension semble mieux adaptée à des applications où les niveaux sonores restent relativement faibles alors qu'une faible tension sera meilleure pour des applications à forts niveaux sonores.

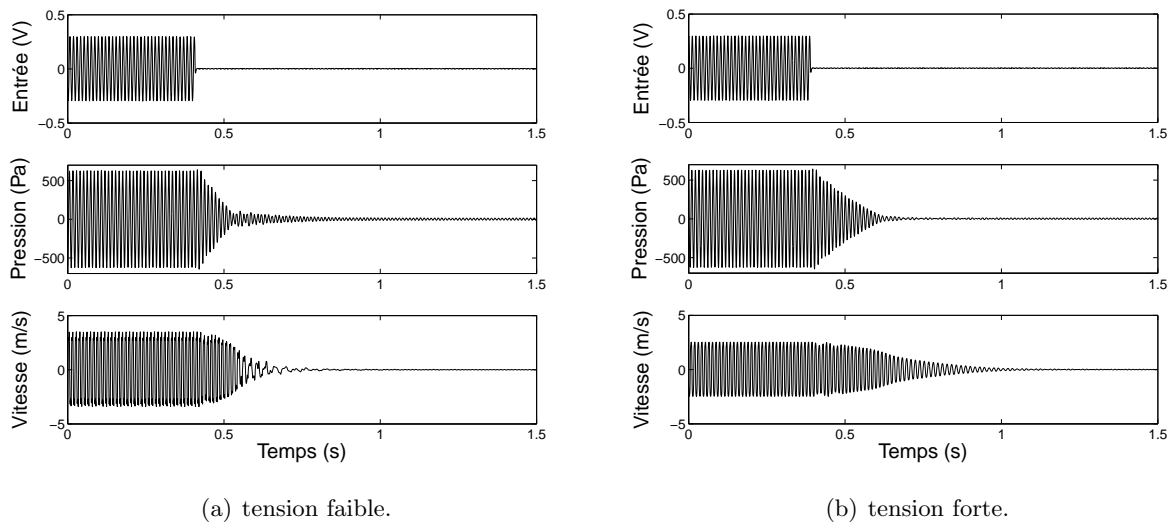


FIG. 6.8 – *Résultats expérimentaux.* Influence de la tension de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression.

Puisqu'il est possible d'ajuster la fréquence de résonance de la membrane, il est donc également possible d'accorder celle-ci au milieu acoustique en faisant en sorte que les fréquences de résonance

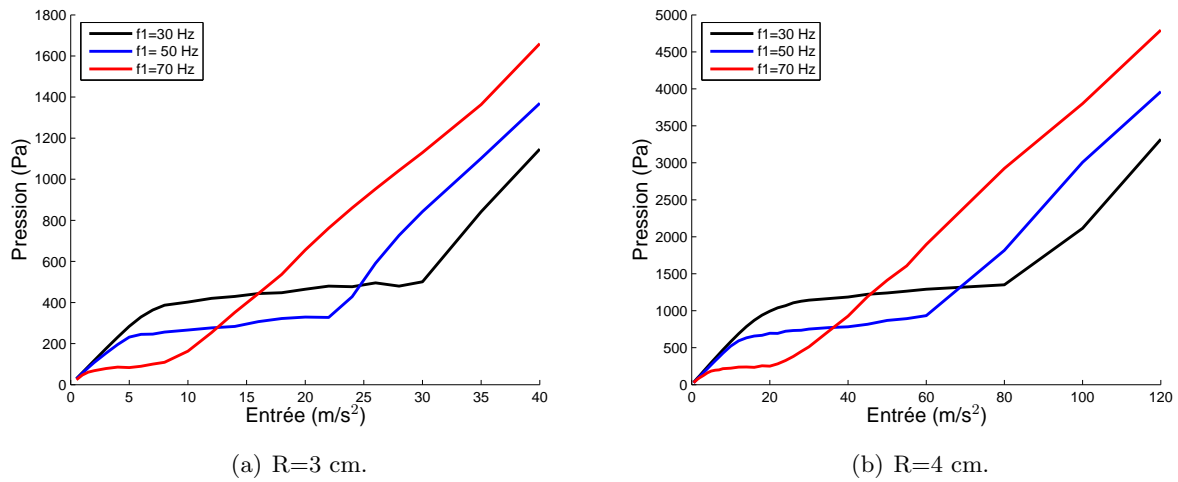


FIG. 6.9 – *Résultats numériques.* Influence de la tension de la membrane sur les réponses fréquentielles du système. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée.

des deux oscillateurs soient égales. Dans ce cas, comme le montre la figure 6.10, la membrane se comporte, pour les faibles niveaux de source, comme un absorbeur linéaire accordé de type résonateur de Helmholtz ou absorbeur de Frahm ([5, 4]). En effet la réponse en fréquence du système couplé “milieu acoustique - membrane accordée” obtenue avec un faible niveau d'entrée présente la forme de réponse caractéristique de ce type d'absorbeur : une antirésonance à la place du pic de résonance du système primaire et deux nouveaux pics de résonance créés de part et d'autre.

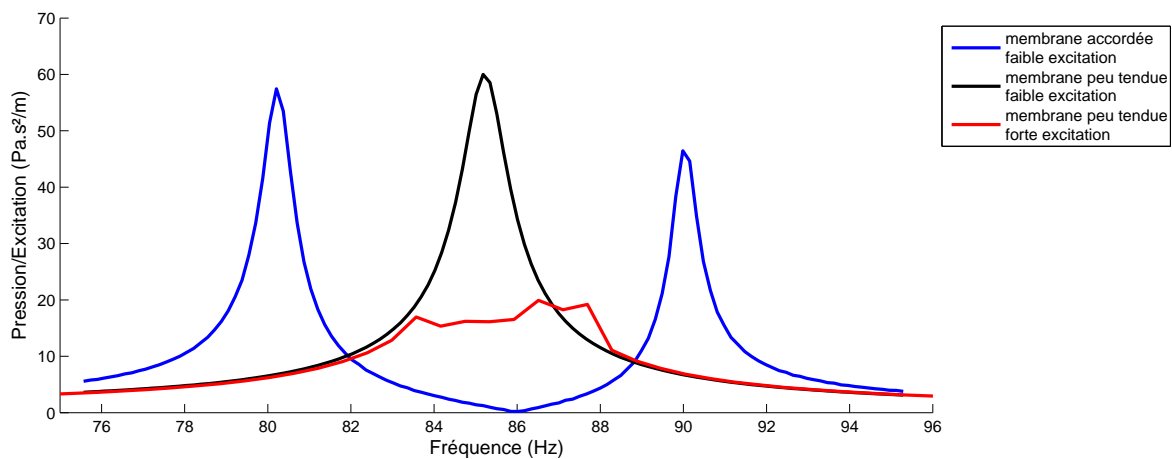


FIG. 6.10 – *Résultats expérimentaux.* Comparaison des comportements fréquentiels de type absorbeur linéaire ou non linéaire qu'a la membrane si elle est accordée ou non au système primaire en jouant sur sa tension.

## 6.5 Longueur du tube

Un dernier paramètre est réglable sur notre dispositif expérimental. Celui-ci ne concerne plus l'absorbeur non linéaire mais bien le système primaire : le tube en U constituant le système acoustique est interchangeable, sa longueur peut donc être modifiée. Ceci a pour intérêt d'aborder une importante propriété de l'absorbeur non linéaire qui est sa capacité à s'adapter et s'accorder à n'importe quel système primaire linéaire, c'est-à-dire à rentrer en résonance 1 : 1 avec n'importe quelle fréquence. Pour prouver cela expérimentalement, nous avons fixé la membrane sur une certaine configuration et fait des essais pour trois longueurs de tube différentes correspondant donc à trois systèmes primaires de fréquences de résonance différentes :  $L = 2.26$  m ( $f_0 = 78$  Hz),  $L = 1.8$  m ( $f_0 = 99$  Hz),  $L = 1.55$  m ( $f_0 = 112$  Hz). Les signaux temporels des oscillations libres présentés sur la figure 6.11 montrent effectivement qu'il est possible d'observer le pompage sur chacun de ces trois cas. Une même membrane peut donc, sur notre dispositif expérimental, agir sur n'importe quel système primaire dont les fréquences de résonance sont au moins comprises entre 78 et 112 Hz. En référence au fait qu'un absorbeur linéaire ne peut agir que sur une seule fréquence, ceci est un important avantage de l'absorbeur non linéaire.

En revenant à la figure 1.9 du tout premier chapitre de cette thèse, nous remarquons que plus la fréquence de résonance du système primaire croît, plus l'énergie du point de fonctionnement de l'absorbeur non linéaire en résonance avec celui-ci est importante. Ceci est vérifié sur les trois cas qui viennent d'être présentés : l'amplitude de vibration de la membrane croît avec la fréquence de résonance du milieu primaire (dont le niveau de vibration est ici le même dans chaque cas). Ceci permet de bien concevoir que la membrane ne pourra pas être indéfiniment entraînée vers des points de fonctionnement de plus en plus énergétiques vers les hautes fréquences. Le domaine d'application du pompage énergétique reste donc bien les basses fréquences.

Afin d'aborder le volet fréquentiel de cette étude, les réponses fréquentielles ont été simulées pour chacun des trois cas de longueur de tube. La figure 6.12 présente ces réponses avec dans chaque cas, une réponse correspondant à une entrée de faible amplitude afin d'afficher le pic de résonance du milieu acoustique primaire, et une seconde réponse obtenue pour un niveau d'entrée suffisamment important pour observer l'écrtage de ce pic. Le fait d'avoir pu faire ceci constitue en pratique le résultat à mettre en avant : n'importe quel pic de résonance dont la fréquence de résonance est au moins comprise entre 78 et 112 Hz peut être écarté par une même membrane.

## Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre l'influence de chacun des paramètres physiques de la membrane sur le phénomène de pompage énergétique. Il ressort qu'en général, ce qui est gagné d'un côté est perdu de l'autre, si bien qu'il n'est pas possible de définir en dehors du contexte d'une application particulière ce qui serait la membrane optimale. En effet en fonction du cas d'application considéré, les besoins seront différents et il faudra probablement adapter les paramètres de membrane dans un sens ou dans un autre afin d'accorder le phénomène, non pas en fréquence mais en énergie, et d'obtenir l'effet désiré. Comme l'a montré la dernière partie de ce chapitre, un absorbeur non linéaire n'a pas besoin d'être accordé en fréquence avec le système primaire. Il doit cependant être réglé en terme d'énergie afin d'avoir des seuils de déclenchements et des niveaux de limitation sonore compatibles avec le cas étudié.

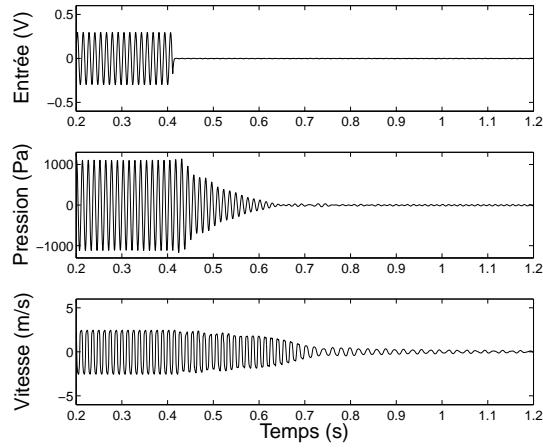
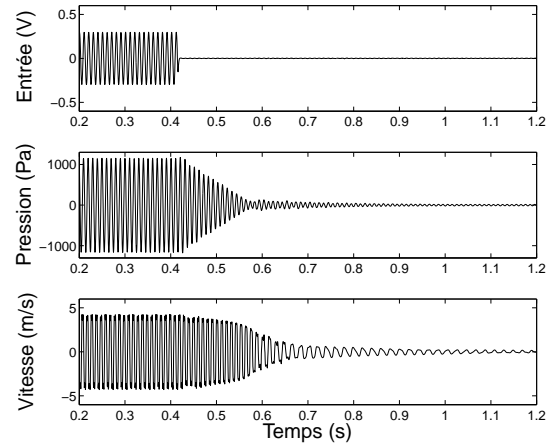
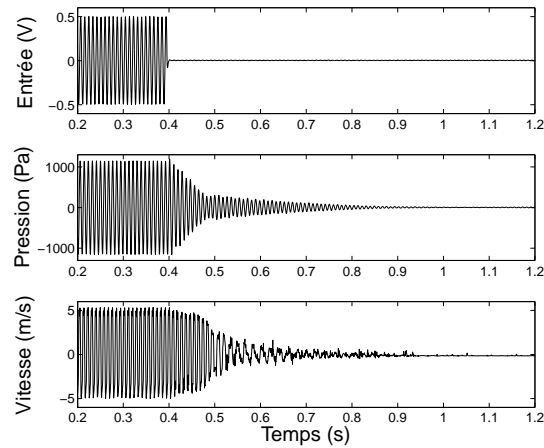
(a) Longueur du tube  $L = 2.26 \text{ m}$ .(b) Longueur du tube  $L = 1.8 \text{ m}$ .(c) Longueur du tube  $L = 1.55 \text{ m}$ .

FIG. 6.11 – *Résultats expérimentaux*. Oscillations libres du système pour une certaine configuration fixe de membrane associée à trois tubes de longueurs, et donc de fréquences de résonance, différentes.

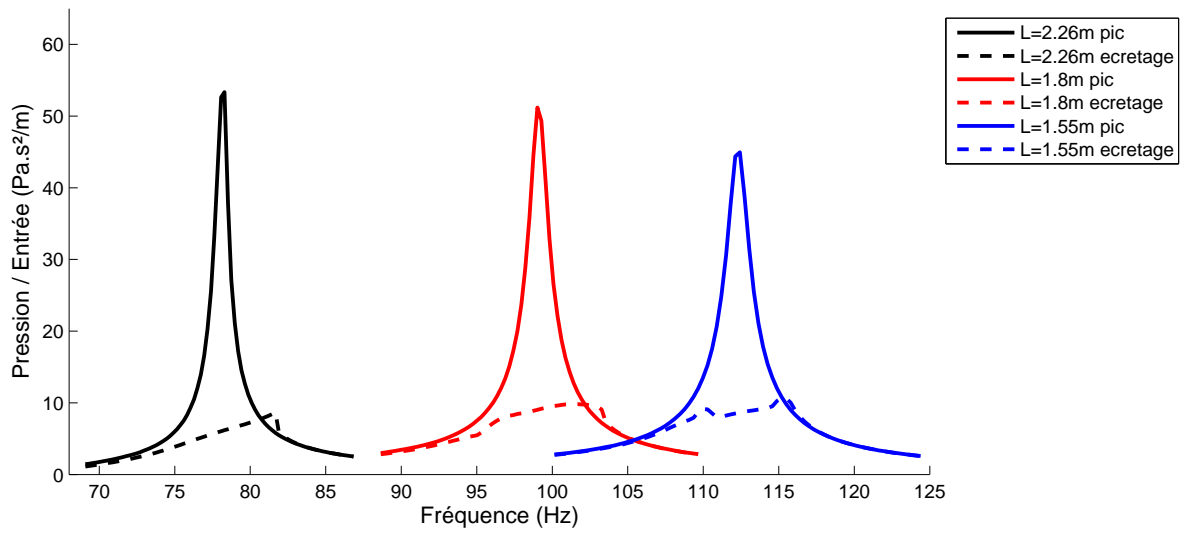


FIG. 6.12 – *Résultats numériques*. Réponses fréquentielles du système pour une certaine configuration fixe de membrane associée à trois tubes de longueurs, et donc de fréquence de résonance, différentes. Sont représentées dans chaque cas une réponse à faible niveau d'entrée et une autre pour un niveau supérieur permettant l'observation du pompage et de l'écrêtage du pic de résonance.



## Chapitre 7

# Utilisation de plusieurs membranes en parallèle

---

### Introduction

Nous abordons dans ce chapitre la question de l'utilisation de plusieurs absorbeurs non linéaires. Le montage de deux absorbeurs non linéaires en série a déjà été étudié dans les cas de l'application du pompage énergétique au génie civil [18] et à la suppression des instabilités d'une aile d'avion [30]. Il a été montré que, dans le premier cas, grâce au phénomène de cascade de résonance qui se produit avec l'utilisation de plusieurs absorbeurs en série, la plage d'énergie dans laquelle le pompage peut se produire pouvait être élargie. Dans le second cas, le résultat est une nette augmentation de la robustesse des suppressions d'instabilités accompagnée de meilleures performances pour une plus faible masse ajoutée qu'avec un absorbeur simple. Notons que dans cette référence [30], le cas d'absorbeurs en parallèle est évoqué mais rapidement éliminé pour cause de résultats peu intéressants et surtout à cause de problèmes de masse ajoutée. Ce problème est souvent présent dans les cas d'applications mécaniques où l'absorbeur doit généralement être embarqué sur la structure.

En acoustique, puisque nous sommes toujours nécessairement en configuration "grounded", le nombre et la masse de plusieurs absorbeurs éventuels ne pose aucun problème a priori. Puisque le cas d'absorbeurs en série est bien plus connu que celui d'absorbeurs en parallèle et que cette configuration est surtout bien plus adaptée à notre dispositif expérimental, nous avons choisi d'étudier les possibilités offertes par ce type d'extension du nombre d'absorbeurs.



## 7.1 Montage expérimental



FIG. 7.1 – Photographie du dispositif expérimental à deux membranes.

La pression acoustique étant spatialement uniforme dans la boîte de couplage, la face sur laquelle la membrane est montée n'a pas d'importance. Nous avons donc profité d'une des faces libres de cette boîte pour y monter un second dispositif d'attache de membrane, ce qui correspond bien à un montage de deux membranes en parallèle. Sur la photographie de ce montage (figure 7.1), les deux capteurs de déplacement (laser par triangulation) utilisés pour mesurer le déplacement du centre des membranes apparaissent également. Le reste du montage et de l'instrumentation est identique au montage précédent.

## 7.2 Régimes sous excitation sinusoïdale

Commençons par la description du comportement du système sous excitation sinusoïdale à la première fréquence de résonance du milieu acoustique. La série de figures de 7.2(a) à 7.2(e) présente les signaux temporels des régimes observés expérimentalement sous ce type d'excitation pour une amplitude d'entrée  $\mathcal{A}$  de plus en plus forte en utilisant une petite et fine membrane (membrane  $M_1$  :  $h_1 = 0.18$  mm,  $R_1 = 2$  cm,  $f_{11} = 59$  Hz) et une autre plus grande et épaisse (membrane  $M_2$  :  $h_2 = 0.39$  mm,  $R_2 = 3$  cm,  $f_{12} = 47$  Hz). Le comportement du système peut être décrit suivant les étapes suivantes :

- $\mathcal{A} < S_1^{M_1}$  : régime sinusoïdal où aucune des deux membranes n'est activée, elles vibrent toutes les deux en opposition de phase avec le déplacement en bout de tube.
- $S_1^{M_1} < \mathcal{A} < S_2^{M_1}$  : activation de la première membrane (dont le seuil d'activation est inférieur à la seconde) et entrée dans le même régime quasi-périodique que celui dont nous avons parlé jusqu'à présent entre le milieu acoustique et la membrane  $M_1$ , la membrane  $M_2$  restant inactive en suivant passivement le signal de vibration du tube.

- $S_2^{M_1} < \mathcal{A} < S_1^{M_2}$  : au-delà du seuil  $S_2^{M_1}$ , le comportement se stabilise sur un régime périodique où la membrane  $M_1$  vibre avec une grande amplitude et en phase avec le déplacement en bout de tube, alors que la membrane  $M_2$  n'est toujours pas activée et reste en opposition de phase avec ce dernier degré de liberté. Jusque là, les comportements sont donc identiques au cas où nous n'avions qu'une seule membrane.
- $S_1^{M_2} < \mathcal{A} < S_2^{M_2}$  : activation de la membrane  $M_2$  et observation d'un second régime quasi-périodique entre le milieu acoustique et cette membrane, la membrane  $M_1$  conservant son évolution périodique à peine perturbée par le régime quasi-périodique qui existe autour d'elle.
- $\mathcal{A} > S_2^{M_2}$  : au-delà du seuil  $S_2^{M_2}$ , le comportement se stabilise sur un régime périodique où la membrane  $M_2$  vibre à son tour avec une grande amplitude et en phase avec le déplacement en bout de tube et la membrane  $M_1$ .

Finalement, ces étapes de fonctionnement correspondent au simple déclenchement successif des membranes, répétant à chaque fois les mêmes phénomènes que ceux observés avec une seule membrane.

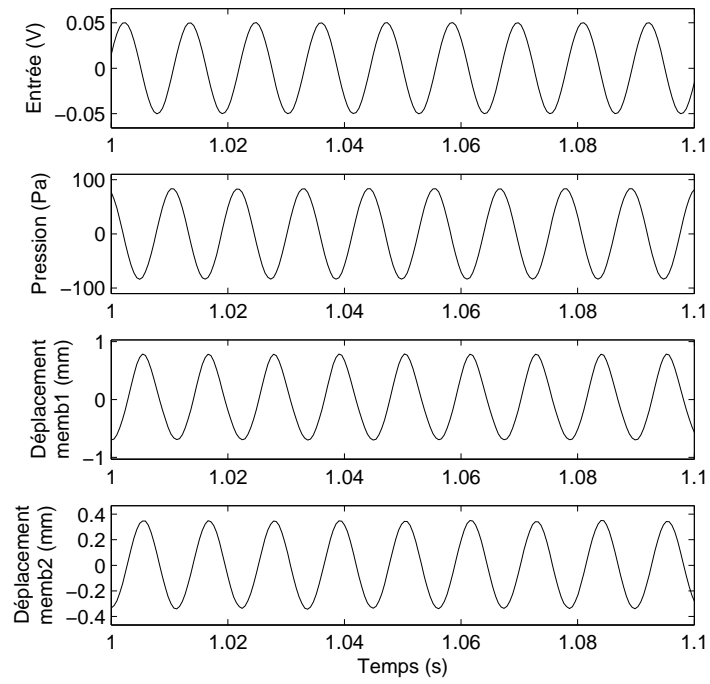
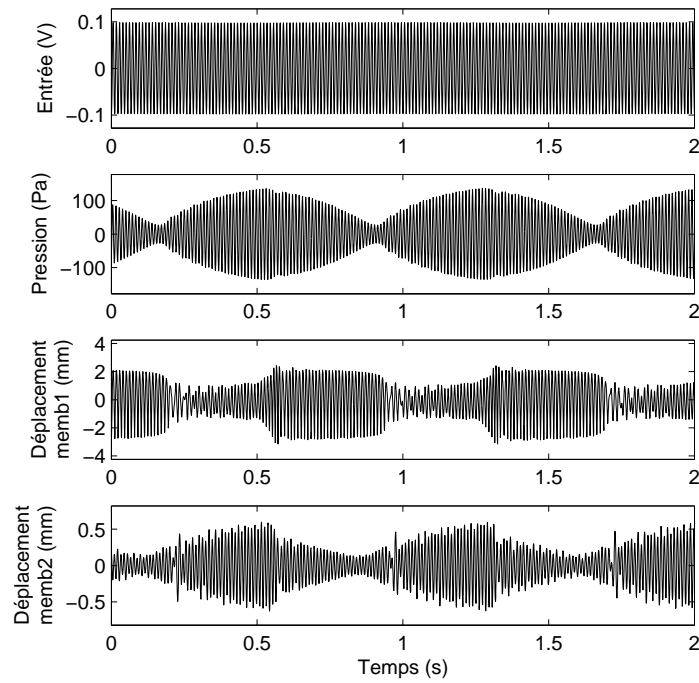
### 7.3 Oscillations libres

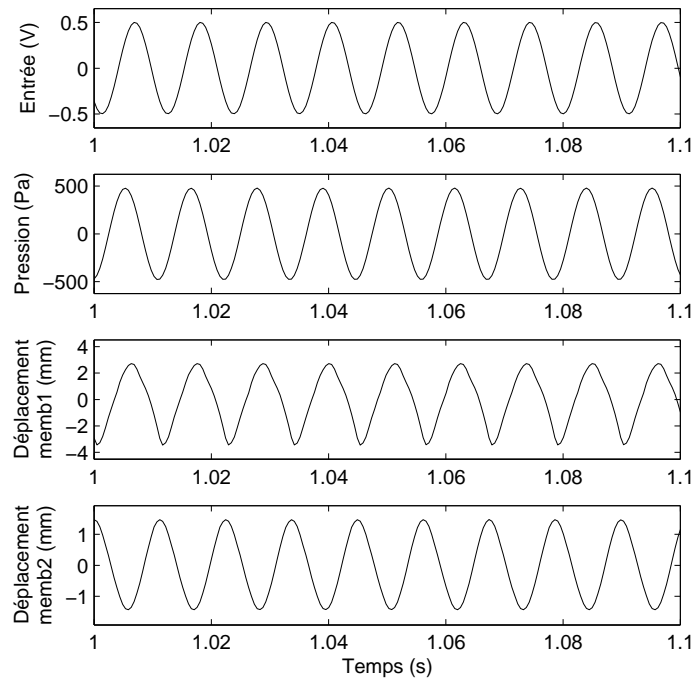
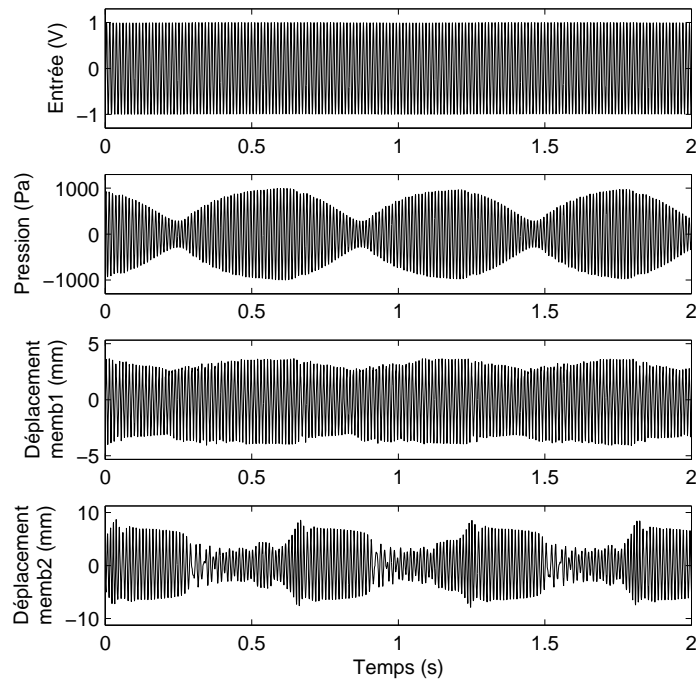
La série de figures 7.3(a) à 7.3(e) présente les différents types d'oscillations libres observés avec deux membranes, également dans l'ordre croissant de niveau d'entrée initial et avec les deux mêmes configurations de membrane que précédemment. Une description des phénomènes observés peut être donnée de la manière suivante :

- $\mathcal{A} < S_1^{M_1}$  (figure 7.3(a)) : pour des conditions initiales de faible niveau, les membranes ne sont pas initialement actives et la décroissance observée du signal de pression acoustique est logiquement exponentielle.
- $S_2^{M_1} < \mathcal{A} < S_1^{M_2}$  (figures 7.3(b) et 7.3(c)) : au-delà du seuil d'activation de la membrane  $M_1$ , et en deçà de celui de la membrane  $M_2$ , nous observons une décroissance quasi-linéaire identique à celle observée jusque là avec une seule membrane. En effet, puisque la membrane  $M_2$  n'est pas active, celle-ci n'a aucune influence sur le reste du système et l'observation correspond à ce qui a été vu jusqu'à présent avec un montage à une seule membrane.
- $\mathcal{A} > S_2^{M_2}$  (figures 7.3(d) et 7.3(e)) : au-delà du seuil d'activation de la seconde membrane  $M_2$ , les deux membranes sont initialement actives. la pente de décroissance est alors toujours quasi-linéaire, mais nettement plus raide. A force de décroître, le niveau acoustique finit par atteindre un certain niveau qui fait que la membrane  $M_2$  se désactive et quitte sa résonance 1 :1 avec le milieu acoustique alors que la première membrane la conserve. Le pompage continue donc mais la pente de décroissance redevient celle correspondant au cas précédent où une seule membrane n'est active.

La figure 7.4 récapitule ceci en montrant les enveloppes positives des signaux de décroissance de la pression acoustique pour toutes les conditions initiales à la fois. Ceci permet de se rendre compte effectivement de la différence entre les trois cas exposés ci-dessus en terme de pente de décroissance.

Nous observons donc encore une fois une suite de déclenchements successifs des membranes avec des effets qui s'ajoutent simplement, ne changeant rien au mécanisme global du pompage énergétique, mais le rendant juste de plus en plus intense à chaque fois qu'une membrane de plus

(a)  $\mathcal{A} = 0.05 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 0.1 \text{ V}$ .

(c)  $\mathcal{A} = 0.5 \text{ V}$ .(d)  $\mathcal{A} = 1 \text{ V}$ .

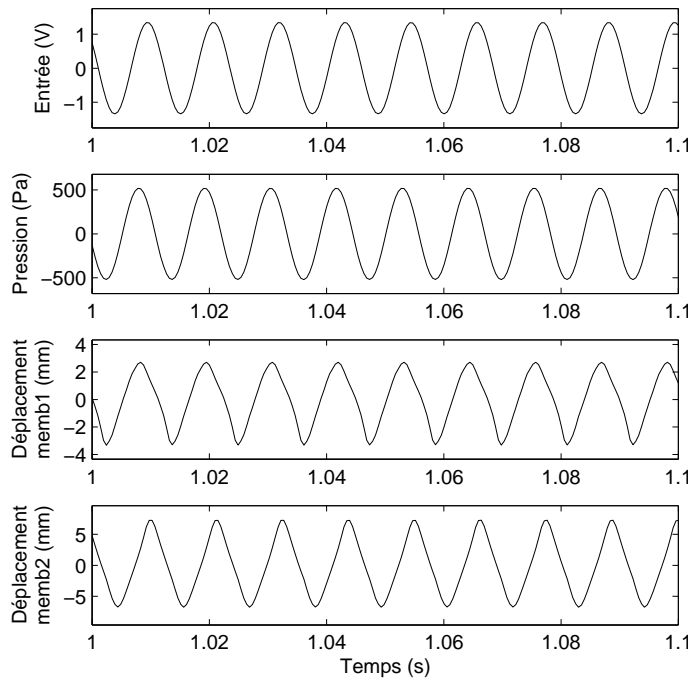
(e)  $\mathcal{A} = 1.4 \text{ V}$ .

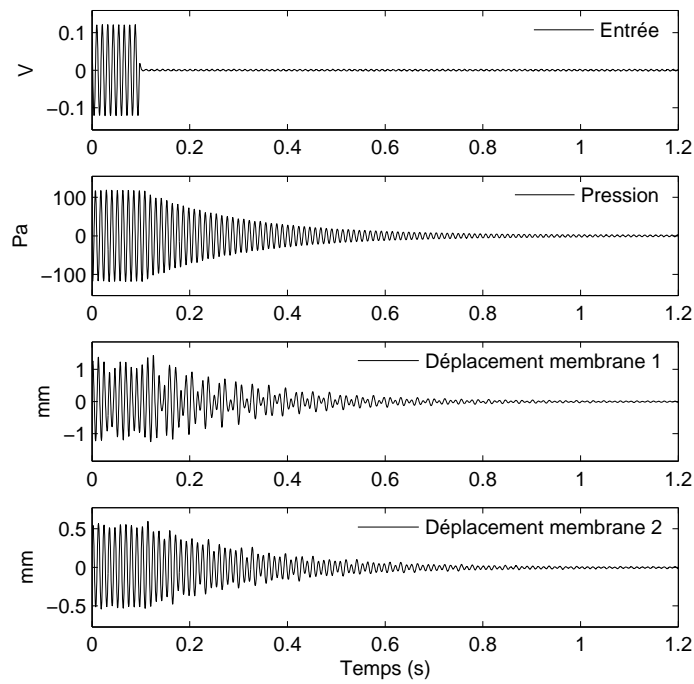
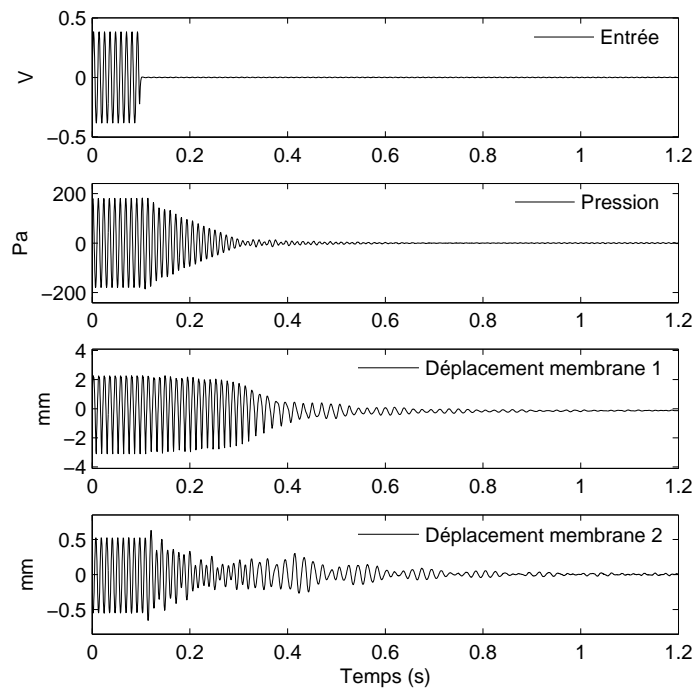
FIG. 7.2 – *Résultats expérimentaux*. Oscillations forcées du système sous excitation sinusoïdale de différentes amplitudes et de fréquence constante (89 Hz). De haut en bas : signal sinusoïdal d’entrée, pression au milieu du tube, déplacement du centre de la première membrane ( $h_1 = 0.18 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $f_{11} = 59 \text{ Hz}$ ), déplacement du centre de la seconde membrane ( $h_2 = 0.39 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 3 \text{ cm}$ ,  $f_{12} = 47 \text{ Hz}$ ).

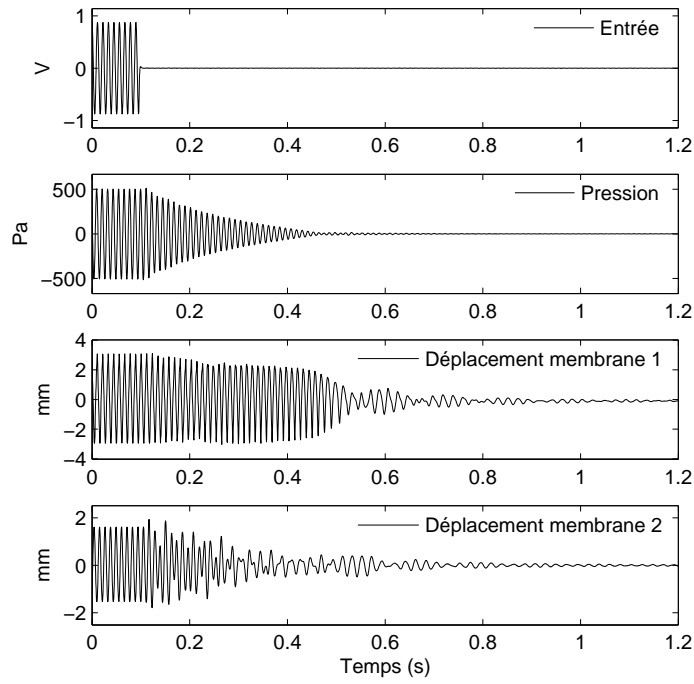
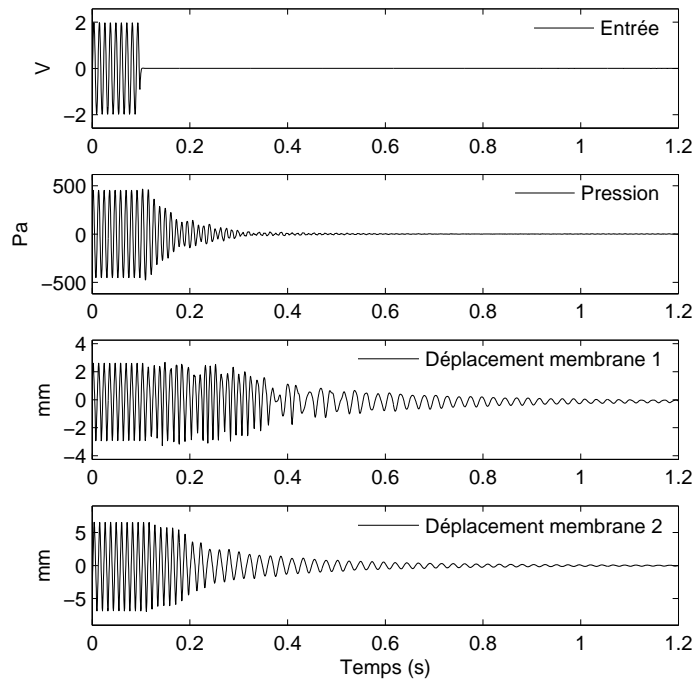
est activée. Ce mécanisme additif correspond ainsi parfaitement à ce qui a été obtenu de façon analytique dans la thèse [39] (formule 4.51) dans le cas d’une configuration “non grounded” avec plusieurs absorbeurs non linéaires en parallèle.

## 7.4 Réponses fréquentielles

La troisième partie de ce chapitre porte enfin sur l’influence de la présence de deux membranes sur le milieu acoustique dans le domaine fréquentiel. Les réponses fréquentielles ont donc été mesurées, toujours avec une source sinusoïdale de fréquence glissante et d’amplitude constante. Cinq d’entre elles, correspondant aux cinq types de réponses observés en fonction de l’amplitude d’entrée, sont tracées sur la figure 7.5 :

- $A = 0.1 \text{ V}$  : pour les faibles niveaux d’entrée, aucune des deux membranes n’est jamais activée et la réponse observée correspond simplement au pic de résonance du milieu acoustique.
- $A = 0.18 \text{ V}$  : pour des niveaux suffisamment élevés pour entrer dans le régime quasi-périodique de la membrane  $M_1$ , le pic de résonance du milieu acoustique peut être écrêté.

(a)  $\mathcal{A} = 0.12 \text{ V}$ .(b)  $\mathcal{A} = 0.4 \text{ V}$ .

(c)  $\mathcal{A} = 0.9 \text{ V}$ .(d)  $\mathcal{A} = 2 \text{ V}$ .

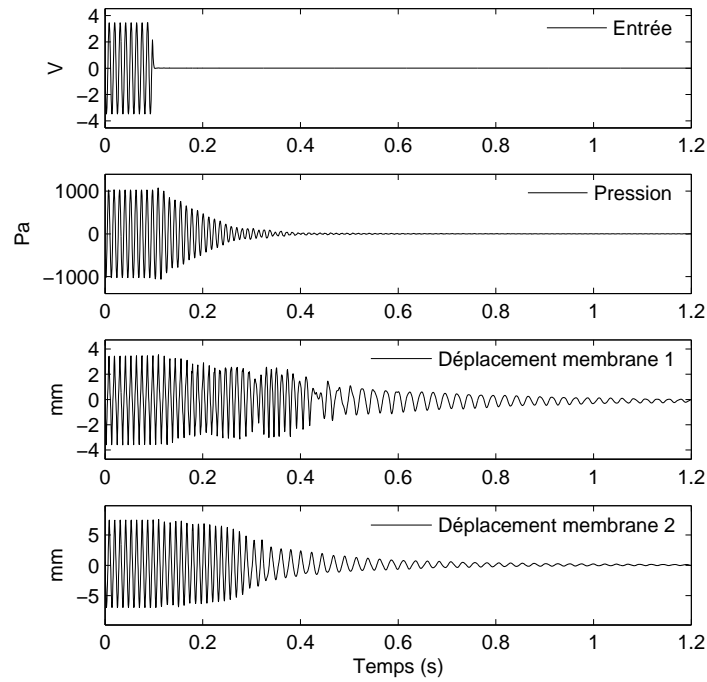
(e)  $\mathcal{A} = 3.5 \text{ V}$ .

FIG. 7.3 – *Résultats expérimentaux*. Oscillations libres du système après différentes conditions initiales. De haut en bas : signal d'entrée, pression au milieu du tube, déplacement du centre de la première membrane, déplacement du centre de la seconde membrane.

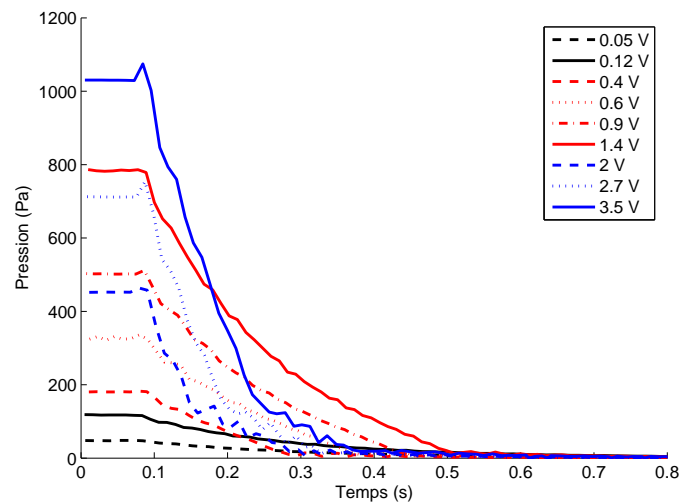


FIG. 7.4 – *Résultats expérimentaux*. Enveloppes positives des signaux de pression lors d'oscillations libres du système après différentes conditions initiales afin d'observer et de comparer les pentes de décroissance.



Cet écrêtage est seulement dû à l'action de la première membrane, le niveau étant trop faible pour la membrane  $M_2$  agisse.

- $A = 0.8 \text{ V}$  : en augmentant encore le niveau d'entrée, la réponse fréquentielle fait apparaître un nouveau pic de résonance légèrement décalé vers les basses fréquences et d'amplitude légèrement inférieure au pic original. Le long du parcours de ce pic, la membrane  $M_1$  est active et vibre en phase avec le milieu acoustique, alors que la membrane  $M_2$  n'est toujours active, le niveau étant encore trop faible pour cela. Ces trois premiers types de réponses fréquentielles sont donc les mêmes que ce que nous avons déjà vu dans les chapitres précédents, puisque pour l'instant seule une membrane n'a agit.
- $A = 1.5 \text{ V}$  : à partir d'un certain niveau, la membrane  $M_2$  est activée et son régime quasi-périodique permet d'écarter le second pic de résonance. Elle agit ainsi indépendamment de la membrane  $M_1$ , ne voyant qu'un pic de résonance créé par un certain système (ici milieu acoustique plus membrane  $M_1$ ), se "calant" dessus et l'écarter comme la première membrane l'avait fait pour le premier pic.
- $A = 3 \text{ V}$  : pour les niveaux d'entrée très élevés, un troisième pic de résonance est créé, encore un peu plus décalé vers les basses fréquences et d'amplitude encore un peu moins élevée. Le long du parcours de ce pic, les deux membranes sont actives et vibrent en phase avec le milieu acoustique.

En résumé, nous assistons encore à l'action successive des membranes qui s'activent chacune à leur tour, au fur et à mesure que le niveau d'entrée croît. Elles agissent indépendamment les unes des autres, répétant à chaque fois le même processus en ayant simplement une influence sur le pic de résonance qu'elles "voient" et créant ainsi une succession d'écarterages et de créations de nouveaux pics de résonance décalés, une membrane écarterant le pic créé par la précédente.

## 7.5 Utilisation du modèle

Le modèle vu précédemment qui correspond à un montage avec une seule membrane peut être étendu à un montage à  $n$  membranes. Le système obtenu est alors le suivant :

$$\begin{aligned}
 m_a \ddot{u}_a + c_f \dot{u}_a + k_a u_a + S_t k_b (S_t u_a - \sum_{j=1}^n \frac{S_j}{2} q_j) &= F \cos(\Omega t) \\
 m_1 \ddot{q}_1 + k_{11} [(\frac{f_{11}}{f_{01}})^2 q_1 + \eta \dot{q}_1] + k_{31} [q_1^3 + 2\eta q_1^2 \dot{q}_1] + \frac{S_1}{2} k_b (\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{2} q_j - S_t u_a) &= 0 \\
 \dots & \\
 m_i \ddot{q}_i + k_{1i} [(\frac{f_{1i}}{f_{0i}})^2 q_i + \eta \dot{q}_i] + k_{3i} [q_i^3 + 2\eta q_i^2 \dot{q}_i] + \frac{S_i}{2} k_b (\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{2} q_j - S_t u_a) &= 0 \\
 \dots & \\
 m_n \ddot{q}_n + k_{1n} [(\frac{f_{1n}}{f_{0n}})^2 q_n + \eta \dot{q}_n] + k_{3n} [q_n^3 + 2\eta q_n^2 \dot{q}_n] + \frac{S_n}{2} k_b (\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{2} q_j - S_t u_a) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } m_a = \frac{\rho_a S_t L}{2}, \quad m_i = \frac{\rho_m h S_i}{3}, \quad k_b = \frac{\rho_a c_0^2}{V_2}, \quad k_a = \frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L}$$

$$k_{1i} = \frac{1.015^4 \pi^5}{36} \frac{E h_i^3}{(1 - \nu^2) R_i^2}, \quad k_{3i} = \frac{8 \pi E h_i}{3(1 - \nu^2) R_i^2}$$

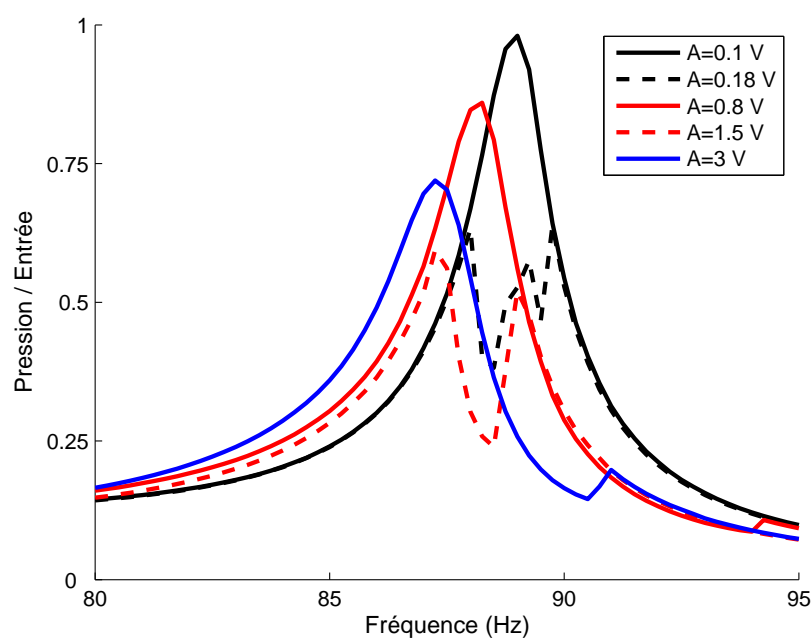


FIG. 7.5 – *Résultats expérimentaux.* Réponses en fréquence du milieu acoustique couplé aux deux membranes pour différentes amplitudes d'entrée.

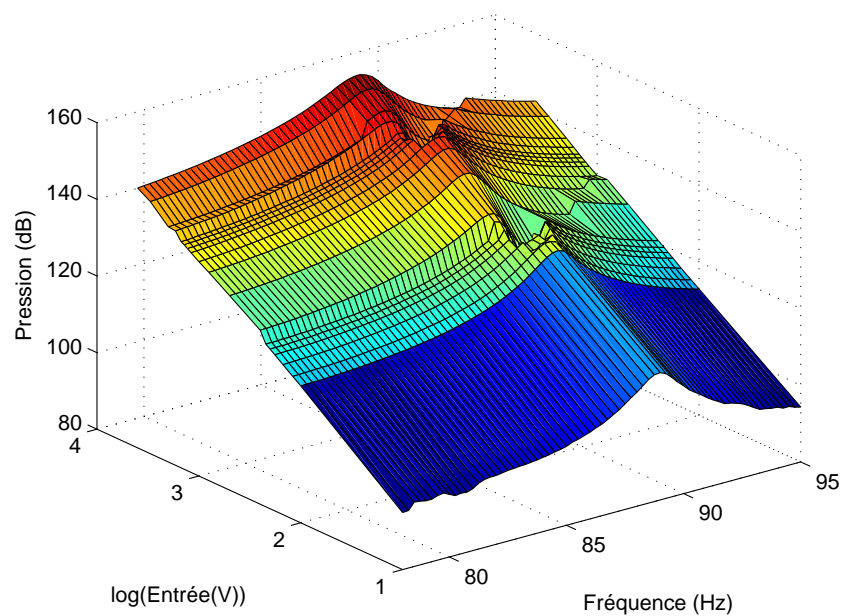


FIG. 7.6 – *Résultats expérimentaux.* Surface des niveaux sonores au milieu du tube en fonction de l'amplitude d'entrée et de la fréquence mettant en évidence les deux zones de pompage correspondant à chacune des deux membranes.

$$f_{0i} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.015^4 \pi^4}{12} \frac{E h_i^2}{(1 - \nu^2) \rho_m R_i^4}}, \quad S_i = \pi R_i^2$$

Les simulations avec deux membranes ont mis en évidence les mêmes phénomènes que ceux qui ont été observés par l'expérience et présentés dans ce chapitre, avec un accord du même ordre que celui observé jusqu'à présent avec une seule membrane. L'intérêt de ce modèle est donc de pouvoir faire des simulations du comportement d'un système avec plus que deux membranes, afin de généraliser les précédents résultats à un système  $n$  membranes. Nous avons donc effectué le calcul des réponses fréquentielles d'un système à quatre membranes, pour de nombreuses amplitudes d'entrée. Les configurations de membranes employées ont été choisies de manière à ce qu'elles aient des seuils de déclenchement nettement différents et dans un ordre connu :

- membrane  $M_1$  :  $R_1 = 2$  cm,  $h_1 = 0.2$  mm,  $f_{11} = 50$  Hz,  $\eta_1 = 0.00025$  s<sup>-1</sup>.
- membrane  $M_2$  :  $R_2 = 3$  cm,  $h_2 = 0.3$  mm,  $f_{12} = 40$  Hz,  $\eta_2 = 0.00025$  s<sup>-1</sup>.
- membrane  $M_3$  :  $R_3 = 4$  cm,  $h_3 = 0.4$  mm,  $f_{13} = 30$  Hz,  $\eta_3 = 0.00025$  s<sup>-1</sup>.
- membrane  $M_4$  :  $R_4 = 5$  cm,  $h_4 = 0.5$  mm,  $f_{14} = 20$  Hz,  $\eta_4 = 0.00025$  s<sup>-1</sup>.

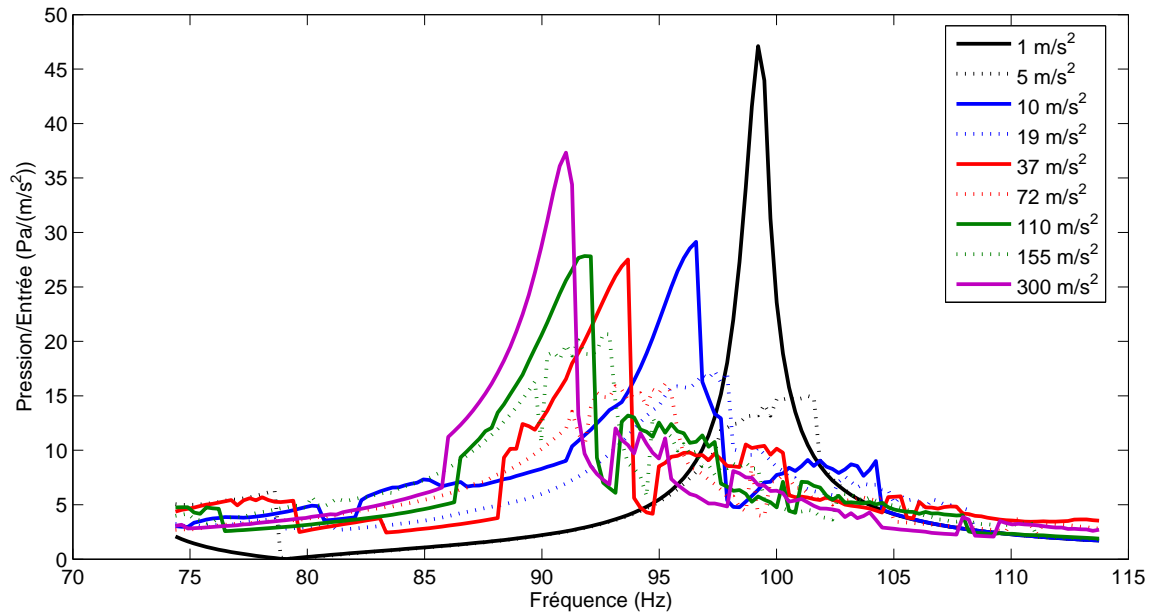


FIG. 7.7 – *Résultats numériques.* Réponses fréquentielles avec un système à quatre membranes pour neuf niveaux d'entrée différents.

Les résultats de ces simulations sont présentés sur la figure 7.7 où il apparaît que le mécanisme observé expérimentalement est simplement étendu au cas de quatre membranes en restant similaire :

- Pour un très faible niveau d'entrée, la réponse fréquentielle suit le pic original du milieu acoustique.
- A partir d'un certain niveau d'entrée, ce pic est écrêté par la première membrane alors que toutes les autres restent inactives.

- L'augmentation du niveau d'entrée fait ensuite apparaître un nouveau pic de résonance légèrement décalé vers les basses fréquences.
- Le même processus est observé à chaque fois qu'une nouvelle membrane se déclenche : lorsque le niveau d'entrée permet de déclencher une membrane supplémentaire, ceci permet un écrêtage du dernier pic créé, puis un nouveau pic à chaque fois décalé vers les basses fréquences apparaît en augmentant encore le niveau d'entrée.

Nous observons ainsi sur la figure 7.7 neuf différentes réponses fréquentielles, correspondant à neuf niveaux d'entrée : le pic original, le pic original écrêté par  $M_1$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1\}$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1\}$  écrêté par  $M_2$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1+M_2\}$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1+M_2\}$  écrêté par  $M_3$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1+M_2+M_3\}$ , le pic du système  $\{\text{tube}+M_1+M_2+M_3\}$  écrêté par  $M_4$  et enfin le pic du système  $\{\text{tube}+M_1+M_2+M_3+M_4\}$ .

## Conclusion

L'étude expérimentale du couplage de deux absorbeurs non linéaires en parallèle au milieu acoustique primaire a permis de montrer, sous des aspects à la fois temporels que fréquentiels, que ceux-ci se comportaient de manière relativement indépendante, se déclenchant l'un après l'autre à des niveaux différents et produisant chacun à leur tour le même type de phénomènes qu'un absorbeur non linéaire seul. L'utilisation du modèle a permis de généraliser ces résultats à un nombre d'absorbeurs plus élevé.

En terme d'application du pompage énergétique à la réduction du bruit, ces résultats mettent clairement en évidence la perspective de l'utilisation d'un panneau comportant de nombreuses et différentes membranes, qui se déclencheraient chacune à leur tour en fonction du niveau d'énergie sonore présent.



## Chapitre 8

# Extension vers d'autres milieux acoustiques

---

### Introduction

Nous avons jusqu'ici étudié l'impact d'un absorbeur non linéaire sur un unique type de milieu acoustique (unidimensionnel). En terme d'application potentielle, la question de l'implantation d'une membrane dans un milieu acoustique plus général et réaliste de type cavité 3D se pose de manière évidente. Nous nous sommes donc penchés sur ce problème et la première partie de ce chapitre présente ainsi les résultats d'une étude théorique de l'influence d'une membrane placée sur une paroi d'une cavité acoustique.

Cependant, une cavité 3D parallélépipédique est encore un cas académique. Il serait donc intéressant d'avoir la possibilité d'utiliser un logiciel de calcul numérique comme ABAQUS pour y tester des formes quelconques de milieux acoustiques. La seconde partie de ce chapitre présente dans cette optique ce qui serait la première étape d'un travail dans cette direction : modéliser sous ABAQUS le montage connu (tube, boîte et membrane) et voir si le logiciel parvient à simuler une phase de pompage énergétique. Notons qu'ABAQUS a été choisi plutôt que SYSNOISE par exemple, logiciel pourtant spécialisé pour l'acoustique, car notre modèle est un couplage entre un milieu acoustique d'un comportement simple et des éléments mécaniques où se situe la principale difficulté pour le logiciel. Un programme orienté mécanique est donc a priori plus adapté.

## 8.1 Couplage avec une cavité acoustique parallélépipédique

Nous cherchons dans cette partie à modéliser un système couplé composé d'un milieu acoustique de forme parallélépipédique et d'une membrane placée sur une paroi de ce milieu (voir figure 8.1) d'une manière équivalente à celle employée dans le chapitre 4 afin d'obtenir également un système à 2ddl. Nous ne prendrons donc en compte que le premier mode de résonance (0,1,0) et la pression acoustique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p_r(x, y, z, t) = P_{010}(x, y, z) p(t) = \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) p(t),$$

les dimensions des côtés de la cavité considérée, le lieu de la membrane et ses paramètres étant :  $a = 1$  m,  $b = 2.2$  m,  $c = 1.6$  m,  $x_m = -\frac{a}{2}$ ,  $y_m = \frac{b}{3}$ ,  $z_m = \frac{c}{3}$ ,  $R = 4$  cm,  $h = 0.39$  mm,  $\eta = 0.00062$  s<sup>-1</sup>,  $f_1 = 50$  Hz.

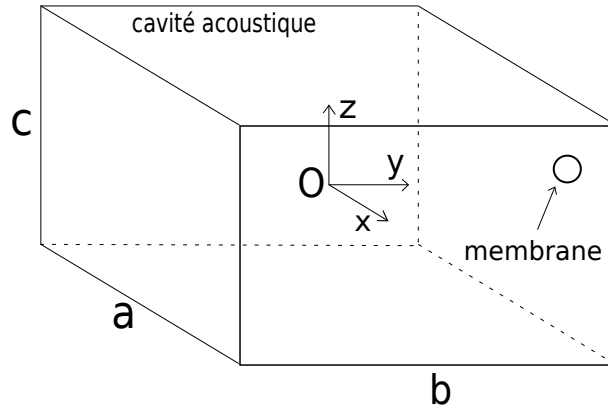


FIG. 8.1 – Schéma de la cavité acoustique et de la membrane.

L'équation de membrane, reprise telle quelle en faisant l'approximation que la pression acoustique au contact de la membrane est uniforme, constitue la première équation du modèle :

$$m_m \ddot{q} + k_1 \left[ \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q + \eta \dot{q} \right] + k_3 (q^3 + 2\eta q^2 \dot{q}) = \frac{S_m}{2} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) p$$

où  $q$  est le déplacement du centre de la membrane (dans le sens Ox) et  $p$  est la pression acoustique sur le plan ( $y = \frac{b}{2}$ ). La seconde équation est obtenue en utilisant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_r}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta p_r &= 0 & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial p_r}{\partial n} &= 0 & \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \rho_a \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= -\frac{\partial p_r}{\partial n} & \text{sur } \partial\Omega_m \end{aligned} \quad (\partial\Omega = \partial\Omega_1 + \partial\Omega_m) \quad (8.1)$$

avec  $\Omega$  le volume intérieur de la cavité,  $\partial\Omega$  la surface de la cavité,  $\partial\Omega_1$  la surface de la cavité privée de la surface de la membrane et  $\partial\Omega_m$  la surface de la membrane.

A partir de cela, le raisonnement suivant aboutit à l'équation recherchée (avec la fonction virtuelle  $\delta p_r(x, y, z, t) = P_{010}(x, y, z) \delta p(t) = \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \delta p(t)$ ) :

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2 p_r}{\partial t^2} \delta p_r - c_0^2 \Delta p_r \delta p_r \right) d\Omega = 0$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow & \int_{\Omega} \frac{\partial^2 p_r}{\partial t^2} \delta p_r d\Omega - \int_{\partial\Omega} c_0^2 \frac{\partial p_r}{\partial n} \delta p_r dS + \int_{\Omega} c_0^2 \text{grad} p_r \text{grad} \delta p_r d\Omega = 0 \\
\Rightarrow & \int_{\Omega} \frac{\partial^2 p_r}{\partial t^2} \delta p_r d\Omega + \int_{\Omega} c_0^2 \text{grad} p_r \text{grad} \delta p_r d\Omega = \int_{\partial\Omega_m} c_0^2 \frac{\partial p_r}{\partial n} \delta p_r dS \\
\Rightarrow & \int_{\Omega} \frac{\partial^2 p_r}{\partial t^2} \delta p_r d\Omega + \int_{\Omega} c_0^2 \text{grad} p_r \text{grad} \delta p_r d\Omega = - \int_{\partial\Omega_m} \rho_a c_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta p_r dS \\
\Rightarrow & \int_{\Omega} P_{010}(y)^2 \ddot{p} \delta p d\Omega + \int_{\Omega} c_0^2 \left( \frac{dP_{010}(y)}{dy} \right)^2 p \delta p d\Omega = - \int_{\partial\Omega_m} \rho_a c_0^2 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \ddot{q} \delta p dS \\
\Rightarrow & ac \ddot{p} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) dy + acc_0^2 \frac{\pi^2}{b^2} p \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) dy = -\rho_a c_0^2 2\pi P_{010}(y_m) \ddot{q} \int_0^R r \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) dr \\
\Rightarrow & ac \ddot{p} \frac{b}{2} + acc_0^2 \frac{\pi^2}{b^2} p \frac{b}{2} = -\rho_a c_0^2 2\pi P_{010}(y_m) \ddot{q} \frac{R^2}{4} \\
\Rightarrow & \frac{V}{2} \ddot{p} + \frac{c_0^2 V \pi^2}{2b^2} p = -\rho_a c_0^2 \pi \frac{R^2}{2} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \ddot{q} \\
\Rightarrow & \ddot{p} + \frac{c_0^2 \pi^2}{b^2} p = -\frac{\rho_a c_0^2 S_m}{V} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \ddot{q} \\
\Rightarrow & \ddot{p} + \omega_{010}^2 p = -\frac{\rho_a c_0^2 S_m}{V} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \ddot{q}
\end{aligned} \tag{8.2}$$

En rajoutant un terme de dissipation acoustique et un terme de forçage, le système final à 2ddl décrivant le couplage entre le premier mode de résonance de la cavité et la membrane est donc le suivant :

$$\begin{aligned}
\ddot{p} + \lambda \dot{p} + \omega_{010}^2 p &= -\frac{\rho_a c_0^2 S_m}{V} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \ddot{q} + F \cos(\omega t) \\
\ddot{q} + \frac{k_1}{m_m} \left[ \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q + \eta \dot{q} \right] + \frac{k_3}{m_m} (q^3 + 2\eta q^2 \dot{q}) &= \frac{S_m}{2m_m} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) p
\end{aligned} \tag{8.3}$$

Afin de calculer les modes non linéaires correspondant à ce système, procédons au même type de calcul par équilibrage harmonique que celui utilisé précédemment en remplaçant tout d'abord la variable de pression acoustique par le déplacement acoustique au centre de la cavité  $u$  qui lui est associé selon la relation :  $p(t) = \rho_a c_0 \omega_{010} u(t)$ . Le système devient donc :

$$\begin{aligned}
\ddot{u} + \omega_{010}^2 u &= -\frac{R^2}{ac} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \ddot{q} \\
\ddot{q} + \frac{k_1}{m_m} \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q + \frac{k_3}{m_m} q^3 &= \frac{S_m \rho_a c_0 \omega_{010}}{2m_m} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) u
\end{aligned} \tag{8.4}$$

Nous simplifions son écriture de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\ddot{u} + \omega_{010}^2 u &= -\phi \ddot{q} \\
\ddot{q} + \alpha q + \beta q^3 &= \gamma u \\
\text{avec} \quad \alpha &= \frac{k_1}{m_m} \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 \quad \beta = \frac{k_3}{m_m} \quad \gamma = \frac{S_m \rho_a c_0 \omega_{010}}{2m_m} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right)
\end{aligned}$$



$$\phi = \frac{R^2}{ac} \sin\left(\frac{\pi y_m}{b}\right) \quad \omega_{010} = \frac{c_0 \pi}{b} \quad (8.5)$$

Afin d'appliquer la technique de l'équilibrage harmonique,  $u$  et  $q$  sont écrits sous la forme  $u = U(\omega) \cos(\omega t)$  et  $q = Q(\omega) \cos(\omega t)$  puis insérés dans le système :

$$\begin{aligned} -\omega^2 U + \omega_{010}^2 U &= \phi \omega^2 Q \\ -\omega^2 Q + \alpha Q + \frac{3}{4}\beta Q^3 &= \gamma U \end{aligned} \quad (8.6)$$

Ceci permet d'obtenir finalement les expressions de  $U(\omega)$  et  $Q(\omega)$  :

$$\begin{aligned} Q(\omega) &= \sqrt{\frac{4}{3\beta}(\omega^2 - \alpha - \frac{\gamma\phi\omega^2}{\omega^2 - \omega_{010}^2})} \\ U(\omega) &= -\frac{\phi\omega^2}{\omega^2 - \omega_{010}^2} Q \end{aligned} \quad (8.7)$$

et de tracer les modes non linéaires du système dans le diagramme énergie-fréquence grâce à l'expression de l'énergie totale  $E(\omega) = \frac{1}{2}k_a U(\omega)^2 + \frac{1}{2}k_1(\frac{f_1}{f_0})^2 Q(\omega)^2 + \frac{1}{4}k_3 Q(\omega)^4$ . Ceux-ci sont tracés sur la figure 8.2 et sont exactement du même type que précédemment.

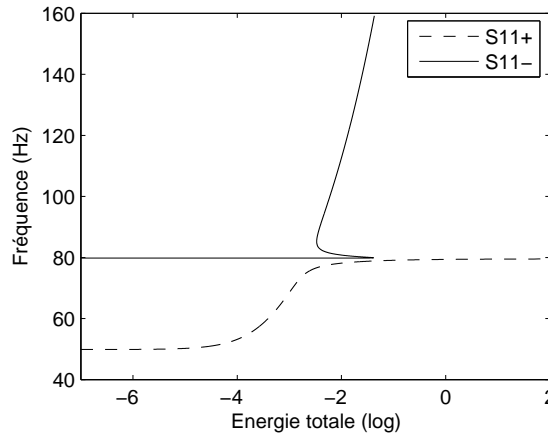


FIG. 8.2 – Modes non linéaires du système dans le diagramme énergie-fréquence.

Les simulations temporelles du comportement de ce modèle ont été effectuées et le phénomène de pompage énergétique a effectivement pu être retrouvé sur cette configuration. Les figures 8.3(a), 8.3(b) et 8.3(c) présentent ainsi respectivement les oscillations libres du système pour une condition initiale de faible énergie avec une décroissance exponentielle, un régime quasi-périodique obtenu pour une amplitude d'entrée intermédiaire et les oscillations libres du système pour une condition initiale de forte énergie avec une décroissance quasi-linéaire. Notons que le paramètre  $y_m$ , qui pourrait jouer le rôle du faible couplage en plaçant la membrane près du noeud du mode considéré, est ici d'une importance très relative tant les différents essais ont montré que quelque soit sa valeur, le pompage pouvait s'observer de façon relativement similaire. Plus

généralement, il semblerait que l'on puisse remettre en cause l'utilité de cette idée de faible couplage et mettre la membrane directement au contact du milieu acoustique, chose qui est d'ailleurs faite ici et dans le prochain chapitre.

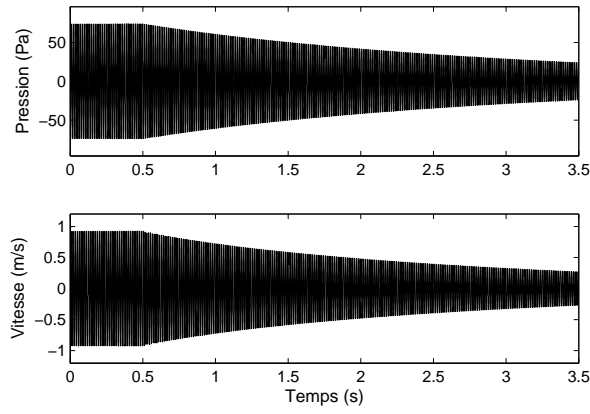
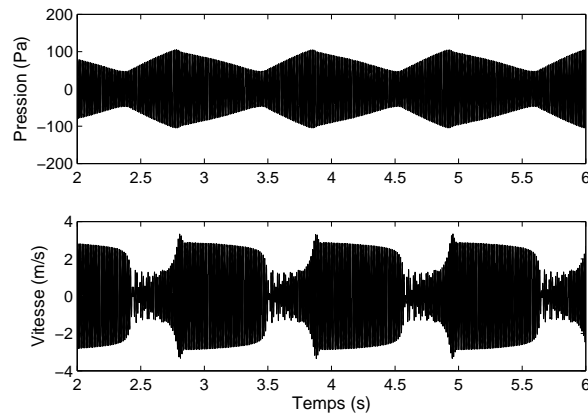
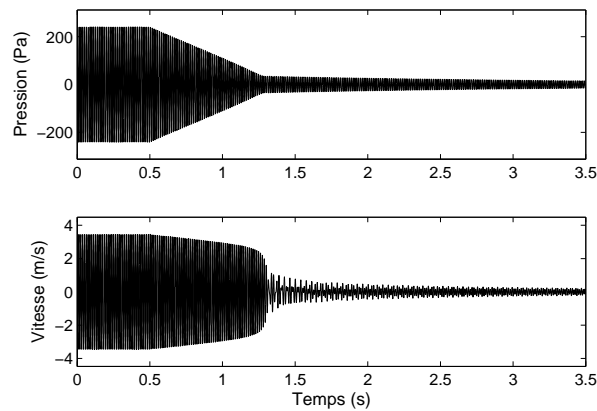
(a)  $F = 10^5 \text{ m.s}^{-2}$ .(b)  $F = 2.10^5 \text{ m.s}^{-2}$ .(c)  $F = 4.10^5 \text{ m.s}^{-2}$ .

FIG. 8.3 – *Résultats numériques*. Simulations du comportement temporel du système pour trois amplitudes d'entrée différentes.

## 8.2 Utilisation du logiciel de calcul numérique ABAQUS

Dans le but d'ouvrir de nouvelles perspectives, l'usage d'un logiciel de calcul numérique pourrait être particulièrement intéressant. En effet ceci permettrait de tester diverses configurations de milieu acoustique, de membrane ou de couplage sans avoir besoin de modéliser celles-ci, ce qui n'est d'ailleurs possible que dans de simples cas. La question est donc de savoir si ce type de logiciel peut être capable de simuler le phénomène de pompage énergétique. Pour répondre à cette interrogation, le plus simple est de créer un modèle numérique du cas que nous maîtrisons le mieux : le dispositif avec un haut-parleur dans sa boîte, un tube, une boîte de couplage et une membrane sur une face de celle-ci. Le modèle de cette configuration, dont des images sont présentées sur la figure 8.4, a donc été créé sous ABAQUS : la vue de la sous-figure 8.4(a) est une vue d'ensemble côté haut-parleur, celle de la sous-figure 8.4(b) est une vue d'ensemble côté membrane et la vue de la sous-figure 8.4(c) est un zoom sur la membrane à l'état déformé vers l'extérieur.

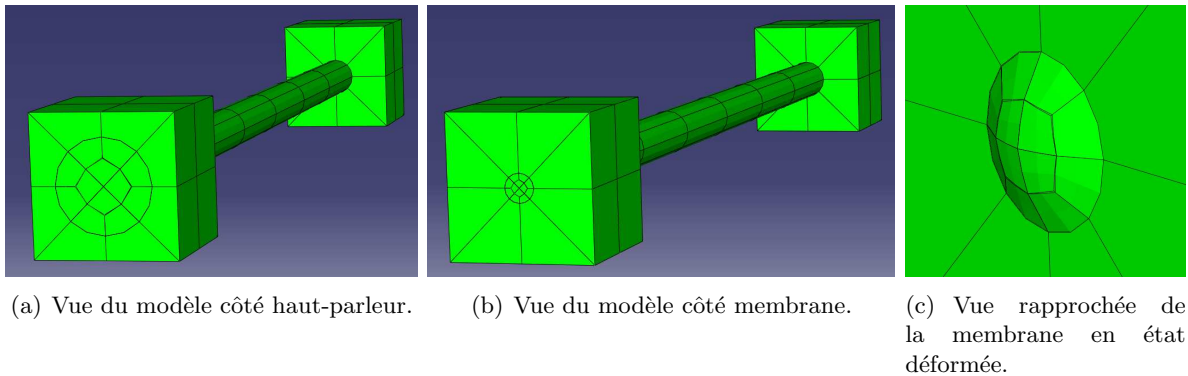


FIG. 8.4 – Images du modèle numérique sous ABAQUS de notre dispositif expérimental.

Trois éléments sont donc présents dans ce modèle : le milieu acoustique (tube + boîte HP + boîte membrane), le haut-parleur et la membrane. Le milieu acoustique, entièrement linéaire, est composé d'éléments de type AC3D20 (8 noeuds par face). Les disques constituant la membrane et le haut-parleur sont quant à eux composés d'éléments de type S8R, afin d'être parfaitement compatibles avec les éléments acoustiques. Le milieu acoustique est composé de 152 éléments pour 841 noeuds, ce qui donne 841 degrés de liberté. Le haut-parleur et la membrane sont constitués de 12 éléments pour 45 noeuds, mais compte tenu de l'encastrement de leur périphérie, seuls 29 noeuds sont actifs. Nous avons donc  $2 \times (29 \times 6) = 348$  degrés de liberté en plus, ce qui abouti à un modèle à 1189 degrés de liberté.

Pour un calcul d'oscillations libres du système, trois étapes sont définies :

- Etape 1 : étape de calcul statique de mise en tension de la membrane. Pour faire cela, une suite de conditions aux limites sont imposées à la membrane (les deux premières coordonnées forment le plan de la membrane et la troisième est perpendiculaire) :
  - BC1 : blocage sur le bord des degrés de liberté U3 (déplacement), UR1 (rotation) et UR2.
  - BC2 : blocage au centre des degrés de liberté U1 et U2.
  - BC3 : blocage en un point du bord du degré de liberté U2.
  - BC4 : chargement radial imposé sur le bord de la membrane.
  - BC5 : avant de commencer le calcul dynamique, toutes ces conditions aux limites sont annulées pour laisser place à un simple encastrement de la membrane à l'état final obtenu

après chargement.

- Etape 2 : étape de calcul dynamique de mise en vibration forcée du système grâce à un déplacement imposé sinusoïdal du centre du haut-parleur d'amplitude 2 mm à la pulsation 577 rad/s pendant 0.871152 s (80 périodes) avec un pas de temps de 0.5 ms.
- Etape 3 : étape de calcul dynamique des oscillations libres du système pendant 1.5 s avec toujours un pas de temps de 0.5 ms.

Comme les figures 8.5 et 8.6 l'attestent, ABAQUS est bien capable de simuler le pompage énergétique. En effet ces figures montrent deux cas d'oscillations libres du système numérique où l'entrée sinusoïdale de déplacement du haut-parleur est d'une amplitude suffisante pour que, dès son arrêt, le phénomène soit simulé de manière entièrement similaire à ce que nous connaissons. Les signaux des figures 8.5 et 8.6 correspondent respectivement à des configurations où l'amortissement de la membrane est faible puis fort. Cela se traduit par des comportements tout à fait conformes à la physique du phénomène et à certaines hypothèses du modèle. La figure 8.7 met en évidence la forme du premier mode de résonance du milieu acoustique qui est observé lorsque la fréquence d'entrée du haut-parleur est sur cette valeur de 577 rad/s. Sur cette figure, les bornes de la gamme de couleurs sont trop étendues pour observer la pression dans la boîte de couplage. Ces bornes sont ainsi diminuées sur la série de figures 8.8(a) à 8.8(e) où la pression dans la boîte et en bout de tube est présentée pour différents instants d'une oscillation et où l'état de la membrane est plus facile à voir. Ces sous-figures valident plusieurs points :

- la pression dans la boîte de couplage est à tout instant quasi-uniforme spatialement,
- la pression en bout de tube reste nulle à tout instant sur ce premier mode de vibration,
- lorsqu'elle est activée, la membrane vibre en phase avec le déplacement acoustique en bout de tube.

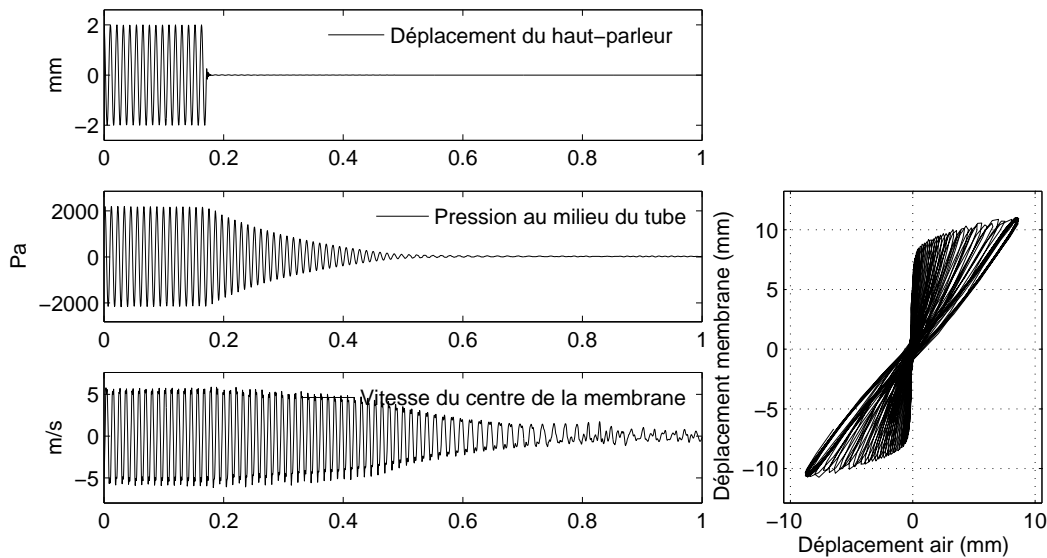


FIG. 8.5 – Simulation numérique du pompage énergétique sous ABAQUS avec un faible amortissement de membrane.

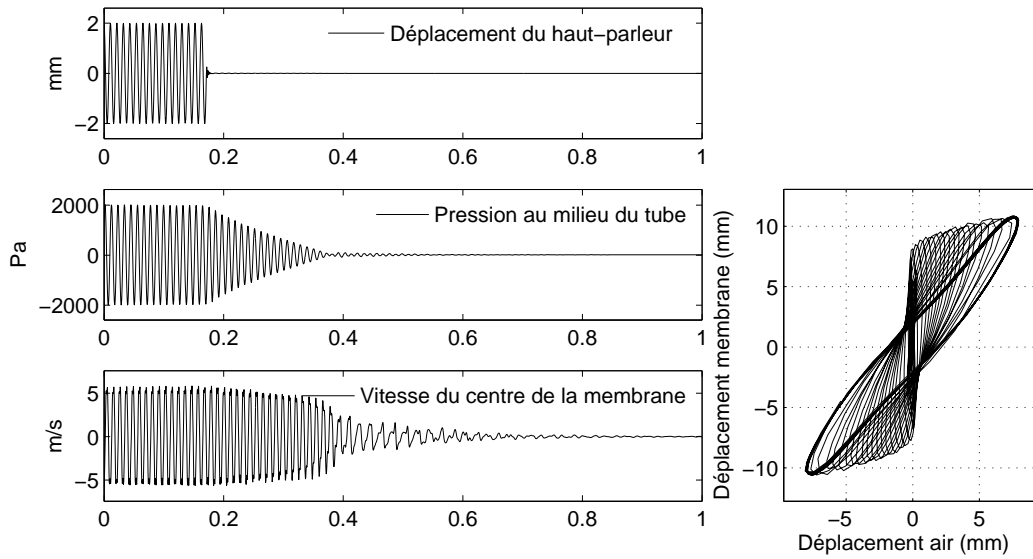
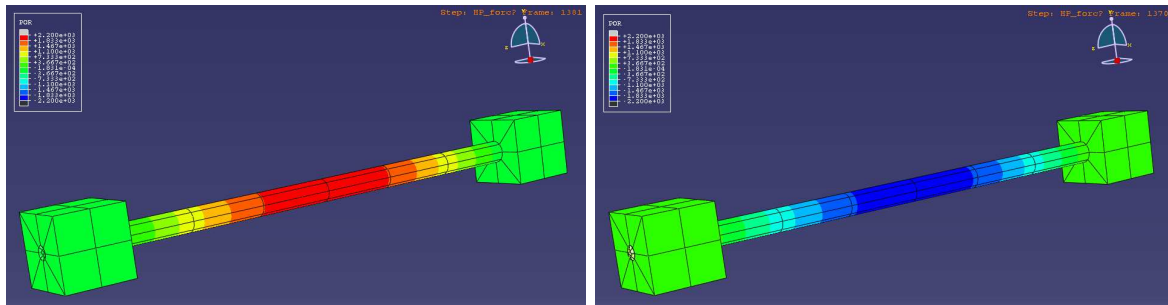


FIG. 8.6 – Simulation numérique du pompage énergétique sous ABAQUS avec un fort amortissement de membrane.



(a) Pression dans le milieu acoustique à l'instant où elle est maximale (environ +2000 Pa) au milieu du tube (la membrane est alors déformée vers l'intérieur de la boîte).  
(b) Pression dans le milieu acoustique à l'instant où elle est minimale (environ -2000 Pa) au milieu du tube (la membrane est alors déformée vers l'extérieur de la boîte).

FIG. 8.7 – Vues du premier mode de résonance du milieu acoustique.

L'obtention de ces signaux de 2.4 s nécessite cependant deux heures de calcul (sur un simple ordinateur). En terme de réponse fréquentielle, ces deux heures de calcul permettraient donc d'obtenir un seul point d'une courbe de réponse du système. Il faudrait donc plusieurs jours pour avoir une réponse fréquentielle et peut-être deux ou trois mois pour finalement obtenir la cartographie entière des réponses fréquentielles en fonction du niveau d'entrée. En effet, ABAQUS ne peut calculer rapidement des réponses fréquentielles que pour des systèmes linéaires. Dans notre cas, il est alors nécessaire de passer par des calculs temporels pour obtenir des informations fréquentielles. Plus qu'un outil de recherche, ABAQUS serait donc plutôt à utiliser en tant que moyen de vérification d'une étude déjà relativement mûre. Il constitue cependant une ouverture certaine vers les applications du pompage énergétique en acoustique, en permettant de simuler des implantations d'absorbeurs non linéaires sur des milieux acoustiques complexes.

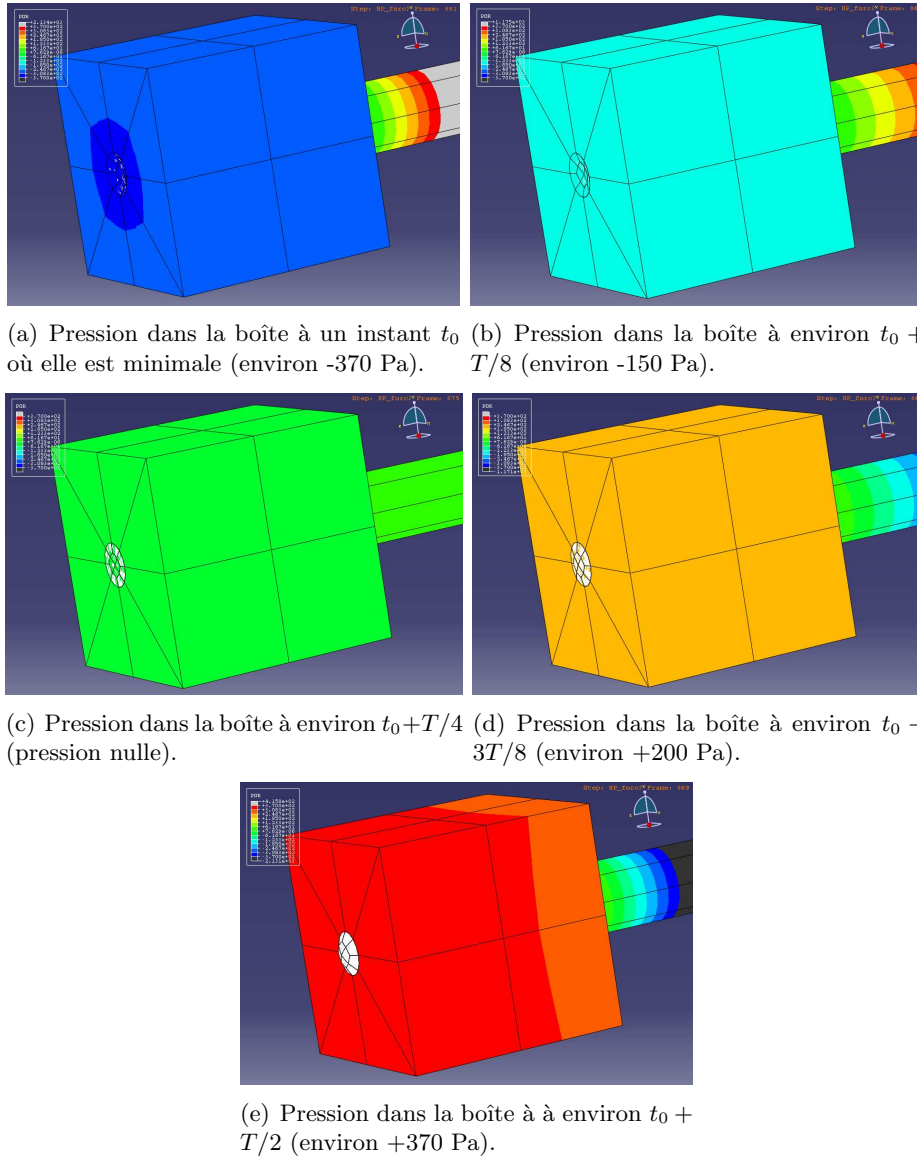


FIG. 8.8 – Vues de la pression dans la boîte de couplage et en bout de tube à différents instants.

## Conclusion

Après avoir étudié en détail le couplage d'un absorbeur non linéaire à un milieu acoustique simple et unidimensionnel (un tube et son premier mode de résonance), la question des applications potentielles se pose de manière évidente. Ce chapitre porte donc sur une ouverture du travail effectué vers des cas plus proches de la réalité. Un modèle théorique à 2ddl du couplage d'une membrane avec une cavité acoustique 3D a ainsi été élaboré et les simulations réalisées à partir de celui-ci ont clairement permis d'observer le phénomène de pompage énergétique. Ceci ouvre donc un champ potentiel d'applications très vaste, tant une cavité acoustique fermée est un cas de milieu acoustique particulièrement classique : une pièce d'appartement, une salle de concert, une voiture, un train, un avion... Cependant, ces différents exemples de milieux acoustiques peuvent avoir des géométries très variées et compliquées voire impossibles à modéliser de

façon simple. L'utilisation du logiciel de calcul numérique ABAQUS, pourrait dans ces cas là être particulièrement intéressante puisqu'il permettrait de tester n'importe quelle géométrie. Afin de savoir si cet outil est simplement capable de simuler le phénomène de pompage, nous avons créé un modèle numérique de la configuration avec le tube et lancé des calculs : le résultat est qu'ABAQUS a effectivement pu reproduire des phases de pompage énergétique en oscillations libres avec des comportements tout à fait caractéristiques du phénomène. L'outil est donc potentiellement utilisable pour travailler sur des cas de milieux acoustiques plus complexes, même si les temps de calcul peuvent être très limitants.

## Chapitre 9

# Procédé et dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique.

---

### Introduction

Sur une voiture, le conduit d'admission de l'air rentrant dans le moteur se conclue au niveau des soupapes. Celle-ci ayant un mouvement alternatif d'ouverture et de fermeture, elles se comportent ainsi comme une source acoustique : du bruit sort donc du conduit d'admission, bruit appelé bruit de bouche. Il fait partie des différentes sources de nuisances acoustiques provenant d'une voiture. Au milieu de ce conduit se trouve un filtre à air, de forme plus ou moins parallélépipédique. Le schéma global d'un conduit d'admission est donc constitué de deux tubes et d'une boîte, schéma proche de celui de notre dispositif expérimental, bien que le conduit d'admission soit ouvert alors que notre montage est fermé. Utilisant jusqu'à présent un résonateur de Helmholtz pour le traitement acoustique d'une résonance gênante de ce conduit, cette proximité de configuration et l'envie de résoudre un problème de basses fréquences a poussé le constructeur automobile PSA à nous solliciter pour travailler à l'application du pompage énergétique au traitement du bruit de bouche d'un moteur thermique.

La résonance de Helmholtz est également utilisée dans l'automobile pour améliorer le remplissage en air des moteurs à combustion interne. Les concepteurs de moteur peuvent exploiter la résonance du système formé des tubulures d'admission et du collecteur d'admission. Autour d'un régime moteur choisi par le concepteur, le cycle d'ouverture-fermeture de la soupape d'admission et l'aspiration périodique qui s'en suit va exciter la résonance de sorte à ce que la surpression dans la chambre de combustion intervienne au moment de la fermeture de la soupape d'admission. Ainsi, en travaillant la géométrie des tubulures d'admission (longueur, diamètre) ou bien en introduisant un volume de résonance spécialement conçu à cet effet dans la ligne d'admission, il est possible d'améliorer le rendement volumétrique d'un moteur à bas régime. Pour notre étude sur le bruit de bouche, nous ignorerons tout impact sur ces problèmes d'efficacité et de remplissage du moteur. Seule l'acoustique et le bruit sortant seront considérés.



## 9.1 Etude théorique préliminaire

Dans le cadre d'un contrat de partenariat entre PSA et le CNRS, une première étape théorique sur "l'application du pompage énergétique acoustique au traitement du bruit de bouche d'un moteur à combustion" a été effectuée et a notamment permis un dépôt de brevet sous le titre : "Procédé et dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique". Celui-ci porte plus précisément sur l'utilisation d'un absorbeur non linéaire de type membrane visco-élastique, pour atténuer le bruit de bouche (bruit sortant du conduit d'admission d'un moteur) et son contenu constitue la seconde partie de ce chapitre. Ce travail préliminaire avait permis de conclure sur plusieurs points :

- Le placement de la membrane sur un côté de la boîte représentant le filtre à air permet de réaliser un couplage faible entre l'absorbeur non linéaire et le système acoustique. Cette configuration, qui est aussi la plus simple à analyser et à dimensionner, sera adoptée pour le banc d'essai.
- Pour atteindre des niveaux de pression comparables à ceux générés par le moteur, nous utiliserons un système résonant (mode de résonance d'un tube) pour amplifier l'excitation d'un haut-parleur aux fréquences désirées.
- Un modèle simplifié à trois degrés de liberté a été proposé et mis en œuvre pour simuler le banc organique. Il ressort des simulations effectuées avec ce modèle, que le support de membrane devra pouvoir accueillir des membranes dont les rayons sont compris entre 20 et 40 mm, ainsi que des épaisseurs entre 0.1 à 1 mm.
- Les matériaux utilisés pour les membranes du montage déjà existant (montage-I LMA), à savoir des latex et des silicones, semblent bien adaptés également pour le banc organique.

La suite du projet a ensuite consisté en la réalisation d'un banc d'essai, en fonction des conclusions précédentes, dont la troisième partie de ce chapitre présente les résultats.

## 9.2 Contenu du brevet

### 9.2.1 Procédé et dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique

1. La présente invention concerne un procédé et un dispositif d'atténuation des bruits de bouche d'un moteur thermique.
2. Les moteurs à combustion interne, encore appelés moteurs thermiques, comportent un circuit d'alimentation en air, l'air étant prélevé à l'extérieur du véhicule pour être conduit dans les cylindres du moteur. L'ouverture et la fermeture des soupapes créent des bruits, lesquels se propagent dans le circuit d'alimentation d'air et sortent par la bouche d'aspiration de l'air. Ces bruits sont généralement appelés les bruits de bouche.
3. La figure 9.1 montre schématiquement le circuit d'alimentation en air d'un moteur thermique 10. L'air injecté dans les cylindres 12 peut provenir du circuit 14 d'alimentation en air frais (air provenant de l'extérieur du moteur) et d'un circuit de recirculation 16, ce dernier étant équipé d'un système de refroidissement d'air 18. Le circuit 14 d'alimentation en air frais se compose d'un col d'entrée d'air 20 comprenant une écope 22 par laquelle rentre l'air frais, suivie d'un raccord 24 connecté à l'écope 22 par une liaison démontable 26. Le raccord 24 est connecté à un filtre à air 28 muni d'un filtre proprement dit 30 monté

sur un brancard. Un débitmètre 32 permet de mesurer le débit d'air frais traversant le filtre à air 28. L'air est ensuite dirigé par une conduite 34 vers un boîtier papillon 36 relié au circuit d'admission d'air 38 dans les cylindres du moteur. Le boîtier 36 est également relié au circuit de recirculation 16, afin de doser le pourcentage d'air recirculé et réinjecté dans les cylindres.

4. La fermeture et l'ouverture des soupapes du moteur engendrent des bruits qui se propagent dans le circuit d'alimentation d'air 14. Un système d'ondes stationnaires s'établit, les ondes stationnaires étant générées par la superposition des ondes acoustiques incidentes et réfléchies aux différentes extrémités du circuit d'admission d'air. La fréquence de ces ondes est fonction des dimensions des éléments du circuit d'admission d'air et des conditions aux limites. Ces bruits, sortant par l'écope 22, sont les bruits de bouche. Ils peuvent être transmis dans l'habitacle du véhicule, soit par voie aérienne, soit par rayonnement d'éléments de la caisse du véhicule. Ces bruits peuvent également participer aux bruits extérieurs et leur niveau sonore ne doit pas dépasser des seuils fixés par des normes (actuellement 74 dB(A)).
5. Le filtre à air, par son volume, crée un effet de tampon (ou de tranquillisation) pour les ondes acoustiques. Les dispositifs d'atténuation des bruits, tels que les résonateurs par exemple, sont souvent placés dans le filtre à air car leur influence sur le remplissage en air des cylindres du moteur est relativement négligeable.
6. Diverses solutions ont déjà été proposées pour supprimer, complètement ou partiellement, les bruits de bouche. De manière générale, pour traiter les basses fréquences (de 0 à 200 Hz qui correspond à l'harmonique 2 du régime moteur) on impose des volumes importants au filtre à air. Pour traiter les moyennes et hautes fréquences, on utilise de la fibre polymère ou des résonateurs (1/4 d'onde, de Helmholtz ou des silencieux).
7. L'augmentation du volume du filtre à air n'est pas toujours possible pour des raisons de disponibilités sous le capot moteur et augmente la masse du véhicule. Les traitements par résonateurs sont efficaces uniquement sur une plage de fréquences étroite : plusieurs résonateurs sont nécessaires pour couvrir plusieurs plages de fréquences ce qui conduit à une augmentation du volume et de la masse du circuit d'admission d'air.
8. Le brevet FR 2 840 652 décrit un dispositif d'atténuation des bruits issus du fonctionnement du moteur à combustion interne d'un véhicule. Ce dispositif comporte une membrane souple répondant à une plage de fréquences de vibrations prédéterminée lorsqu'elle est soumise aux sollicitations du flux d'air circulant dans le circuit d'admission d'air pour modifier la fréquence acoustique issue de ce flux. La membrane entre en résonance avec les bruits à atténuer. Elle peut être assimilée à un oscillateur mécanique. La membrane possède une fréquence propre qui dépend de sa masse et de la tension imposée à la membrane. La membrane est prétendue de façon à accorder sa fréquence propre avec la fréquence des bruits à atténuer. Cette solution nécessite d'accorder la fréquence de résonance de la membrane aux bruits à traiter : elle ne convient donc que pour des bruits ayant une plage de fréquences relativement étroite.
9. La demande de brevet US 2004/0011011 A1 décrit une solution utilisant une ouverture pratiquée dans le filtre à air et composée d'orifices recouverts d'une toile. Comme précédemment, cette solution ne traite que des bruits compris dans une plage de fréquences relativement étroite.
10. La présente invention propose une solution faisant appel à un dispositif acoustique robuste pouvant traiter les différents bruits de bouche du moteur dans une large plage de fréquences,

- en ne pénalisant ni la masse ni le volume occupé sous le capot par le circuit d'admission d'air.
11. De façon plus précise, l'invention propose un procédé d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique et se propageant par le circuit d'admission d'air du moteur, le procédé étant caractérisé en ce qu'il consiste à déterminer le ou les mode(s) acoustique(s) des bruits, choisir au moins une caractéristique physique d'une membrane souple en fonction du ou des mode(s) acoustique(s), et fixer la membrane dans le circuit d'admission de sorte que la membrane puisse subir une grande déformation (comportement non linéaire) sous l'action du ou des mode(s) acoustique(s).
  12. La caractéristique physique de la membrane peut être la raideur, laquelle dépend de l'épaisseur, de la surface et du module d'Young de la membrane.
  13. La membrane est de préférence fixée dans le circuit d'admission sensiblement à un ventre de pression du ou des mode(s) acoustique(s).
  14. Selon un mode de mise en oeuvre de l'invention, on réserve un volume d'air dans le circuit d'admission d'air du côté de la face de la membrane opposée à la source des bruits et la pression est avantageusement égalisée de part et d'autre de la membrane, par exemple à l'aide d'un tuyau de petite section et de grande longueur. Ce tuyau peut être un capillaire.
  15. L'invention concerne également un dispositif d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique et se propageant par le circuit d'admission d'air du moteur. Selon l'invention, le dispositif comporte une membrane souple fixée dans le circuit d'admission d'air et absorbant lesdits bruits en se déformant de façon non linéaire.
  16. Selon une caractéristique de l'invention, la membrane souple est fixée sans contraintes (donc non tendue) dans le plan de la membrane.
  17. De préférence, le dispositif comporte une chambre de dissipation de l'énergie absorbée par la membrane, une paroi de ladite chambre étant constituée par la membrane.
  18. Le dispositif peut comporter des moyens d'égalisation de la pression régnant de part et d'autre de la membrane. Ces moyens d'égalisation de pression (par exemple une canalisation reliant un côté de la membrane à l'autre côté) présentent avantageusement une inertie importante (grande longueur) et une haute résistivité (petite section).
  19. Selon un mode de réalisation, le filtre à air du circuit d'admission d'air peut comporter des moyens de fixation de la membrane, laquelle avec lesdits moyens de fixation délimitent une chambre de dissipation de l'énergie acoustique absorbée par la membrane.
  20. D'autres avantages et caractéristiques de l'invention apparaîtront au cours de la description qui suit d'un mode de réalisation de l'invention, donné à titre d'exemples non limitatif, en référence aux dessins annexés et sur lesquels :
    - la figure 9.1 (art antérieur) illustre schématiquement le circuit d'admission d'air d'un moteur thermique,
    - la figure 9.2 est une vue schématique, en coupe, d'un mode de réalisation de l'invention, et
    - la figure 9.3 est une vue schématique, en perspective du mode de réalisation de la figure 9.2.
  21. Le mode de réalisation décrit ci-après et représenté sur les figures 9.2 et 9.3 concerne un dispositif d'atténuation des bruits faisant partie du filtre à air. Ce dernier comporte une enceinte 40 de forme sensiblement parallélépipédique rectangle, l'élément filtrant n'étant pas représenté. L'enceinte 40 comporte une entrée d'air 42 et une sortie 44. L'air aspiré de

- l'extérieur du véhicule pénètre par l'entrée 42, sort par la sortie 44 après avoir été filtré et est dirigé vers le collecteur d'admission du moteur thermique. La paroi 46 de l'enceinte 40 comporte une ouverture 48, par exemple de forme circulaire, obturée par une membrane souple 50 et par des moyens 52 de fixation de la membrane. Ces moyens 52 peuvent être constitués par tous moyens appropriés à maintenir la membrane sans contraintes dans le plan de la paroi 46 ou le plan de la membrane. En d'autres termes, la membrane est fixée sans être tendue. Par exemple, la membrane peut simplement être encastrée.
22. Selon une caractéristique de l'invention, une chambre 54 de dissipation de l'énergie absorbée par la membrane 50 est ajoutée à l'enceinte 40 du filtre à air. Cette chambre est disposée du côté de la face de la membrane non exposée aux bruits. Une paroi de cette chambre 54 est constituée principalement par la membrane 50 et par les moyens de fixation 52. Le filtre à air se compose alors d'un élément filtrant (non représenté), d'une chambre principale 56 délimitée par les parois de l'enceinte 40 et d'une chambre de dissipation de l'énergie 54. Des moyens permettent d'égaliser les pressions régnant de part et d'autre de la membrane 50 et donc d'égaliser les pressions régnant dans la chambre principale 56 et la chambre 54. Ces moyens peuvent être constitués par un tuyau 58 ayant l'une de ses extrémités 60 débouchant dans la chambre principale 56 et son autre extrémité 62 débouchant dans la chambre 54. Le tuyau 58 présente une grande inertie, il est donc de grande longueur, et une haute résistivité, il a donc une petite section. Le tuyau 58 peut être par exemple un capillaire (faible section) faisant le tour de la chambre 54 (grande longueur).
  23. Selon l'invention, la membrane souple 50 doit pouvoir se déformer de façon non linéaire afin d'absorber l'énergie acoustique. Il a en effet été montré dans la littérature (voir l'article de B. Cochelin, P. Herzog, P.O. Mattei, "Experimental evidence of energy pumping in acoustics" C.R. Mécanique 334, 639-644, 2006) qu'une membrane souple peut se déformer en grande amplitude afin de pomper l'énergie acoustique d'un mode acoustique de manière irréversible sur une large bande de fréquences. Ce phénomène de pompage d'énergie acoustique est dû au comportement non linéaire de la membrane (pouvant subir de grandes déformations) qui peut s'accorder à la fréquence du mode acoustique à absorber, dès lors qu'il est suffisamment énergétique.
  24. La membrane souple non précontrainte est donc placée dans le circuit d'admission d'air à un endroit lui permettant de pomper le maximum d'énergie à l'onde acoustique, ou en d'autres termes où elle sera le plus excitée par l'onde acoustique. La membrane sera donc avantageusement placée à un ventre de pression pour qu'elle puisse vibrer en grandes amplitudes. Cependant si l'on considère que la vitesse acoustique est négligeable (ce qui est généralement et approximativement le cas dans le filtre à air), la pression acoustique peut alors être considérée comme spatialement uniforme et dans ce cas l'emplacement de la membrane est peu important. La chambre 54 permet une grande déformation de la membrane et une bonne dissipation de l'énergie pompée par la membrane.
  25. De façon à bien choisir les caractéristiques de la membrane, il est nécessaire de connaître le ou les mode(s) acoustique(s) à absorber. Lorsque ces modes sont identifiés, les caractéristiques de la membrane peuvent alors être déterminées de façon à obtenir un comportement en déformation non linéaire et un bon couplage énergétique entre la membrane et le ou les mode(s) acoustique(s) à absorber. On détermine principalement la raideur souhaitée pour la membrane, laquelle est fonction de l'épaisseur, de la surface et du module d'Young de la membrane. La raideur non linéaire est dimensionnée en fonction de l'intensité de la fréquence du mode acoustique la plus élevée que l'on veut atténuer, ce qui permet une atténuation possible sur une large bande de fréquences.

26. Pour choisir la raideur  $\alpha_3$  de la membrane, on suppose que le déplacement transversal  $w(r, t)$  de la membrane est approchée par la fonction de forme parabolique

$$w(r, t) = q(t)(1 - (r/R)^2)$$

où  $R$  est le rayon de la membrane (supposée de forme circulaire) et  $r$  la coordonnée radiale. On suppose également que la membrane se déforme en grandes amplitudes (ce qui est le but recherché). Cela conduit à pouvoir exprimer de manière analytique la raideur  $\alpha_3$  de la membrane en fonction de son module d'Young  $E$ , de son épaisseur  $h$  et de son rayon  $R$ .

27. La raideur  $\alpha_3$  peut alors s'exprimer à l'aide de l'équation suivante :

$$\alpha_3 = \frac{32}{3(1 - \nu^2)\pi} \frac{E}{\rho_{air} C} \frac{h^3}{R^4} \frac{1}{\omega} \frac{S_t}{S_m}$$

dans laquelle  $\nu$  désigne le coefficient de Poisson,  $E$  le module d'Young de la membrane,  $\rho_{air}$  la densité de l'air,  $C$  la vitesse du son,  $h$  l'épaisseur de la membrane,  $R$  le rayon de la membrane (laquelle est supposée circulaire),  $\omega$  la fréquence du système d'ondes stationnaires acoustiques à absorber,  $S_t$  la section de la sortie de l'air propre dans le filtre à air et  $S_m$  la section de la membrane.

28. A titre d'exemple, dans le cas d'application d'un filtre à air de moteur Diesel de voiture automobile, l'équation précédente conduit par exemple à une membrane de rayon d'environ 40 mm, d'une épaisseur de 0,4 mm et d'un module d'Young de 1,3 MPa. La membrane souple peut être réalisée en élastomère, et une surface de l'ordre de 10 cm<sup>2</sup> peut suffire pour absorber une énergie acoustique incidente de l'ordre de 130 dB.
29. L'effet de pompage énergétique non linéaire est obtenu par la présente invention grâce au niveau de pression acoustique élevé dans le filtre à air et non à une précontrainte de la membrane qui peut, selon l'invention, se déformer en grandes amplitudes.
30. Le dispositif décrit est robuste puisqu'il fonctionne sur l'intensité acoustique sur une large plage de fréquences et non sur l'accord en fréquence d'un seul point. Il permet de ne pas avoir à utiliser plusieurs dispositifs d'atténuation des bruits dans le circuit d'admission d'air, d'où un gain de place et de poids.
31. D'autres modes de réalisation que ceux décrits et représentés peuvent être conçus par l'homme du métier sans sortir du cadre de la présente invention. Par exemple, la membrane pourrait être placée à un autre endroit que dans le filtre à air : elle pourrait par exemple être localisée sur le col d'admission du circuit d'admission d'air.

### 9.2.2 Revendications

1. Procédé d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique et se propageant par le circuit d'admission d'air (14) du moteur, le procédé étant caractérisé en ce qu'il consiste à déterminer le ou les mode(s) acoustique(s) des bruits, choisir au moins une caractéristique physique d'une membrane souple (50) en fonction du ou des mode(s) acoustique(s), et fixer la membrane (50) dans le circuit d'admission (14) de sorte que la membrane puisse subir une grande déformation sous l'action du ou des mode(s) acoustique(s).
2. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que ladite caractéristique physique de la membrane est la raideur, laquelle dépend de l'épaisseur, de la surface et du module d'Young de la membrane.

3. Procédé selon l'une des revendications précédentes caractérisé en ce que la membrane (50) est fixée dans le circuit d'admission sensiblement à un ventre de pression du ou des mode(s) acoustique(s).
4. Procédé selon l'une des revendications précédentes caractérisé en ce que l'on réserve un volume d'air (54) dans le circuit d'admission d'air du côté de la face de la membrane (50) non exposée aux bruits.
5. Procédé selon la revendication 4, caractérisé en ce que la pression est égalisée de part et d'autre de la membrane.
6. Procédé selon la revendication 5, caractérisé en ce que la pression est égalisée à l'aide d'un tuyau (58) de petite section et de grande longueur.
7. Dispositif d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique (10) et se propageant par le circuit d'admission d'air (14) du moteur, le dispositif étant caractérisé en ce qu'il comporte une membrane souple (50) fixée dans le circuit d'admission d'air et absorbant lesdits bruits en se déformant de façon non linéaire.
8. Dispositif selon la revendication 7 caractérisé en ce que la membrane souple (50) est fixée sans contraintes dans le plan de la membrane.
9. Dispositif selon l'une des revendications 7 et 8 caractérisé en ce qu'il comporte une chambre (54) de dissipation de l'énergie absorbée par la membrane (50), une paroi de ladite chambre étant constituée par la membrane.
10. Dispositif selon la revendication 9 caractérisé en ce qu'il comporte des moyens (58) d'égalisation de la pression régnant de part et d'autre de la membrane.
11. Dispositif selon la revendication 10 caractérisé en ce que lesdits moyens d'égalisation de pression présentent une inertie importante.
12. Dispositif selon la revendication 11 caractérisé en ce que lesdits moyens d'égalisation de la pression sont constitués par une canalisation (58) reliant un côté de la membrane à l'autre côté, la canalisation présentant une grande inertie et une haute résistivité.
13. Dispositif selon la revendication 12 caractérisé en ce que ladite canalisation (58) est de grande longueur et de petite section.
14. Dispositif selon l'une des revendications 7 à 13 caractérisé en ce que le filtre à air (40) du circuit d'admission d'air comporte des moyens (52) de fixation de la membrane, laquelle avec lesdits moyens de fixation délimitent une chambre (54) de dissipation de l'énergie acoustique absorbée par la membrane.

### 9.2.3 Abrégé

L'invention concerne un procédé d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique et se propageant par le circuit d'admission d'air (14) du moteur, le procédé étant caractérisé en ce qu'il consiste à déterminer le ou les mode(s) acoustique(s) des bruits, choisir au moins une caractéristique physique d'une membrane souple (50) en fonction du ou des mode(s) acoustique(s), et fixer la membrane (50) dans le circuit d'admission (14) de sorte que la membrane puisse subir une grande déformation sous l'action du ou des mode(s) acoustique(s). L'invention concerne aussi un dispositif d'atténuation des bruits générés par un moteur thermique (10) et se propageant par le circuit d'admission d'air (14) du moteur, le dispositif comportant une membrane souple (50) fixée dans le circuit d'admission d'air et absorbant lesdits bruits en se déformant de façon non linéaire.

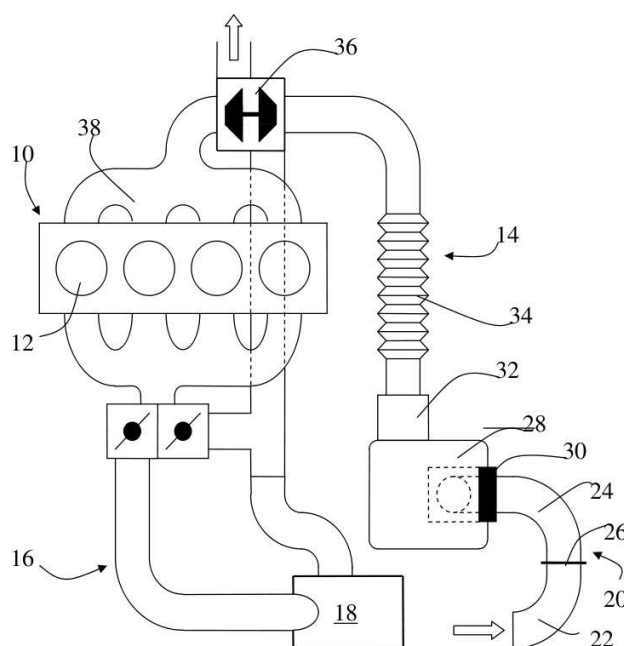


FIG. 9.1 – (art antérieur) illustration schématique du circuit d'admission d'air d'un moteur thermique.

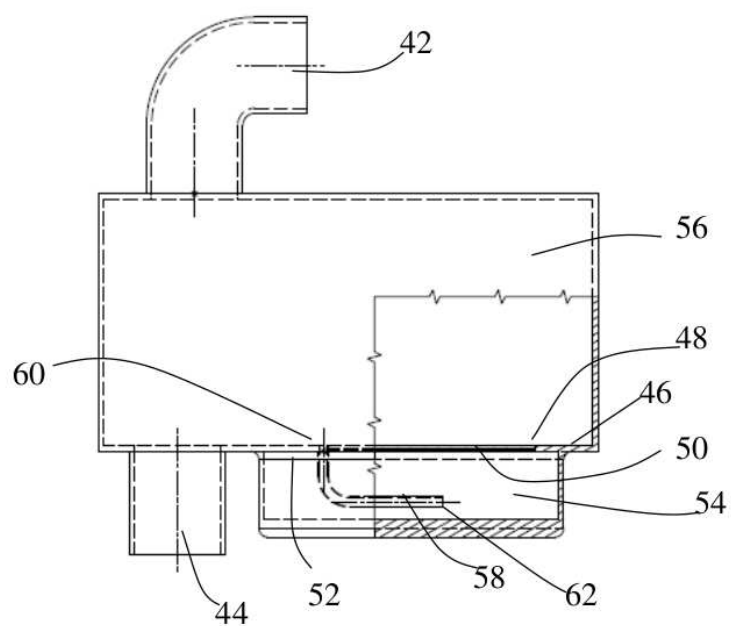


FIG. 9.2 – Vue schématique, en coupe, d'un mode de réalisation de l'invention.





## 9.3 Vérification expérimentale

### 9.3.1 Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental défini par les données du constructeur automobile PSA et les résultats du travail préliminaire a donc été réalisé suivant le schéma de la figure 9.6. Nous détaillons dans les paragraphes suivants, élément par élément, les différentes contraintes à respecter pour la conception du montage.

#### Schéma global d'un conduit d'admission

Le conduit d'admission d'un moteur à combustion est constitué en simplifiant de trois éléments : le col (tuyau d'entrée d'air et de sortie acoustique), le filtre à air (une boîte parallélépipédique) puis le tuyau amenant l'air jusqu'aux soupapes qui représentent la source acoustique (tube source). Le montage expérimental doit donc être constitué de ces trois éléments : un haut-parleur à la place des soupapes suivi d'un tuyau pour la partie source acoustique, une boîte pour représenter le filtre à air (FAA) puis un tuyau de sortie acoustique.

#### Source

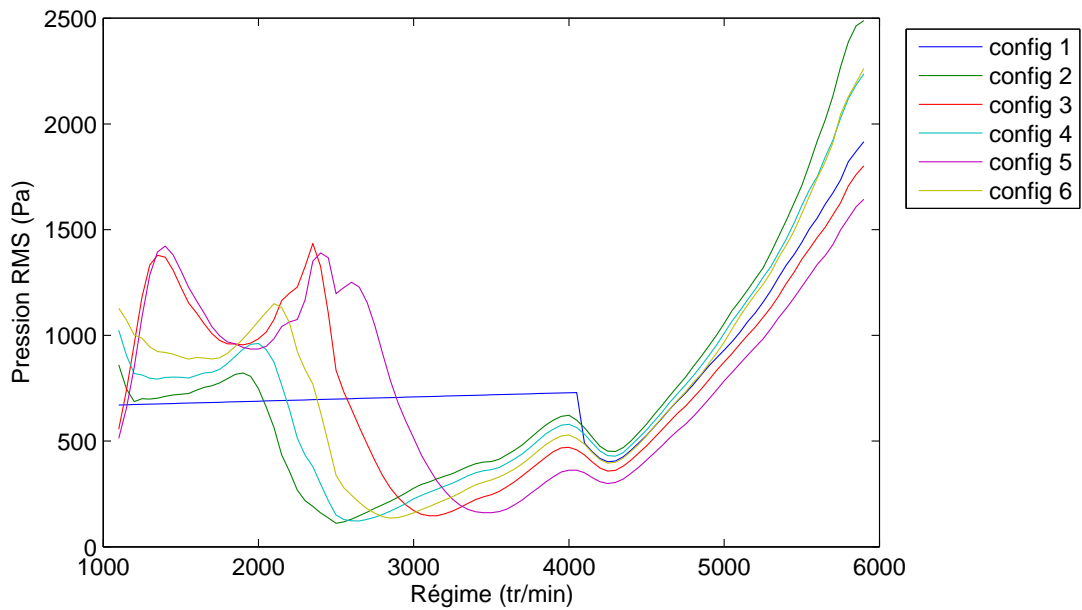
Les figures 9.4(a) et 9.4(b) montrent les niveaux acoustiques mesurés par PSA dans le tube source, respectivement à 6 et 16 cm de la boîte filtre à air, provenant des soupapes en fonction du régime moteur pour l'harmonique 2. Les mesures ont été faites avec plusieurs configurations reportées dans le tableau 9.1. Nous observons une zone de résonance dans les environs de 70-80 Hz qui a été définie par le constructeur comme la zone cible à traiter par l'absorbeur non linéaire. Le dispositif source du montage expérimental doit donc reproduire cette zone de résonance. La solution choisie a été d'utiliser un long tuyau en amont de la boîte FAA, afin d'exploiter son premier mode de résonance pour obtenir de fort niveaux à la fréquence voulue, et de monter un haut-parleur enfermé entre deux boîtes à l'entrée du tuyau. L'association de la résonance du tuyau et de l'ensemble haut-parleur/boîtes a permis d'obtenir deux pics de résonances proches l'un de l'autre, ce qui forme la zone de résonance voulue entre 70 et 80 Hz. La figure 9.5 présente la réponse en fréquence du montage sans absorbeur avec cette double résonance.

Configuration	Filtre à air	Col
1	petit volume	court
2	petit volume	long
3	moyen volume	long
4	moyen volume	court
5	grand volume	court
6	grand volume	long

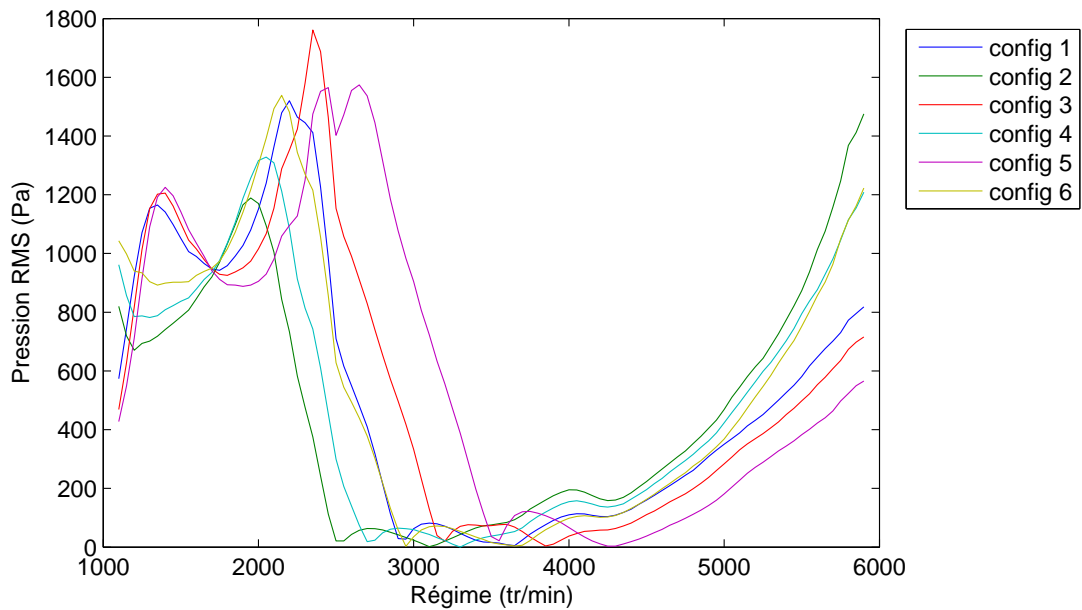
TAB. 9.1 – Tableau des configurations

#### Filtre à air

Une boîte parallélépipédique d'un volume équivalent à un filtre à air moyen (entre 7 et 15 L) doit être placée entre le tube source et le col. D'après les conclusions du rapport d'étape 1, l'absorbeur non linéaire de type membrane est placé sur une paroi de cette boîte FAA. Nous



(a) Mesures de pression dans le tube source à 16 cm de la boîte FAA.



(b) Mesures de pression dans le tube source à 6 cm de la boîte FAA.

FIG. 9.4 – Mesures du niveau sonore pour l'harmonique 2 dans le tube source à 16 et 6 cm de la boîte FAA en fonction du régime moteur.

n'ajouterons pas pour l'instant le dispositif d'égalisation de pression mentionné dans le brevet, malgré le bruit qui rayonnera donc vers l'extérieur.

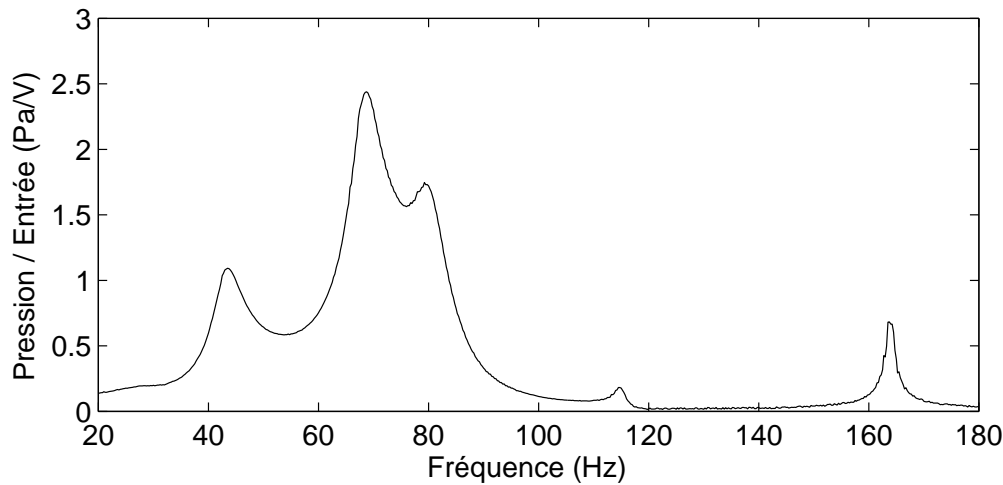


FIG. 9.5 – Réponse en fréquence du montage mesurée dans le tube source à 10cm de la boîte filtre à air.

### Le col (entrée d'air et sortie acoustique)

Un tube ouvert de 50 cm de longueur et de 10 cm de diamètre est connecté à la boîte FAA. Un micro placé au bout de ce tuyau constitue la mesure du bruit de bouche. Afin que celle-ci ne soit pas perturbée par le son produit par la source et la membrane, nous avons placé l'ensemble du montage dans une chambre anéchoïque en faisant déboucher le col dans une autre chambre isolée de la première.

### Instrumentation

Plusieurs microphones sont placés à différents endroits du montage : dans le tube source à 10 cm de la boîte FAA, dans la boîte FAA, à l'extrémité du col et à 1 m à l'extérieur en face du col. La principale mesure sera donnée par le microphone placé à l'extrémité du col. Un capteur de déplacement à laser par triangulation est placé en face de la membrane afin de mesurer le déplacement de son centre. Enfin un analyseur contrôle le haut-parleur et recueille l'ensemble des mesures.

### Montage final

Le schéma global du montage est présenté sur la figure 9.6. Les photographies de la figure 9.7 montrent une vue des deux chambres anéchoïques et de la fenêtre les séparant avant le montage du banc d'essai. La figure 9.8 montre des photographies de la paroi isolante fabriquée pour faire passer le col d'une chambre à l'autre. Enfin les photographies de la figure 9.9 montrent le montage complet vu de chacune des deux chambres, ainsi qu'une vue rapprochée de la membrane en marche. Le trait laissé par le laser donne d'ailleurs une bonne idée de la grande amplitude de vibration de celle-ci, sachant que son rayon est de 3 cm sur cette photographie.

### 9.3.2 Résultats expérimentaux

Les principaux résultats expérimentaux consistent en la mesure de la réponse fréquentielle du système. Celle-ci est mesurée pour différentes configurations de membrane avec une source

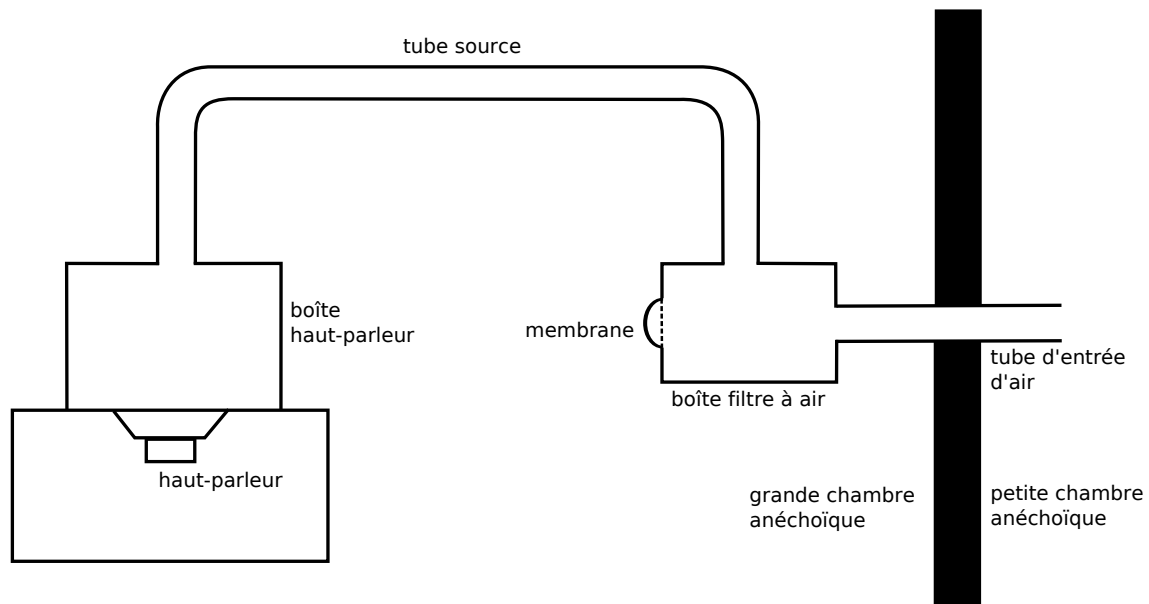
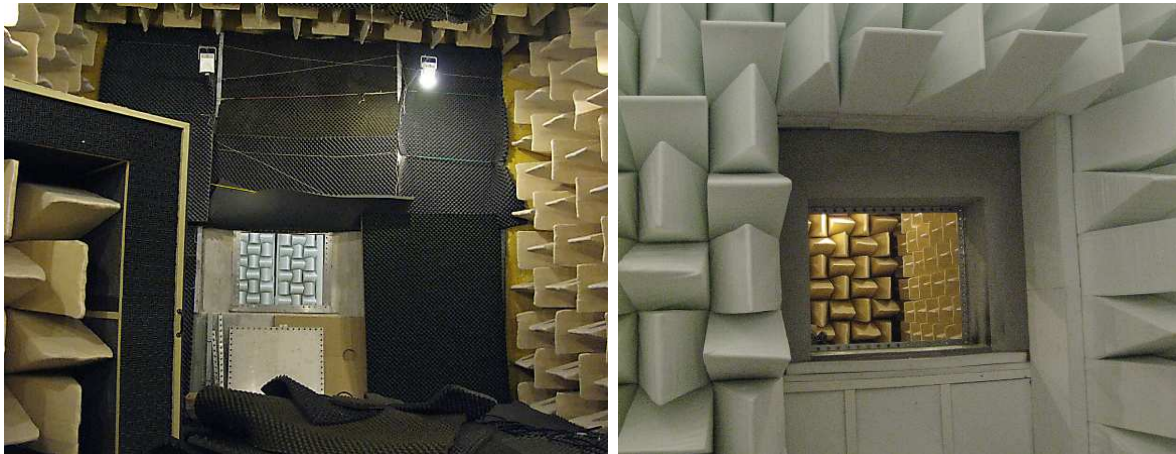


FIG. 9.6 – Schéma du montage expérimental.



(a) Vue de la fenêtre depuis la petite chambre anéchoïque. (b) Vue de la fenêtre depuis la grande chambre anéchoïque.

FIG. 9.7 – Photos de la fenêtre ouverte entre les deux chambres anéchoïques.

sinusoïdale d'amplitude constante à fréquence croissante entre 50 et 130 Hz. Dans chaque cas, la membrane ayant la propriété de ne pas modifier la réponse fréquentielle du système primaire à traiter lorsque l'amplitude de la source est faible, une courbe référence est mesurée avec une amplitude minimale pour la source. D'autres réponses sont ensuite mesurées pour des amplitudes de source de plus en plus importantes, faisant apparaître l'influence de la membrane sur le comportement fréquentiel du conduit d'admission.

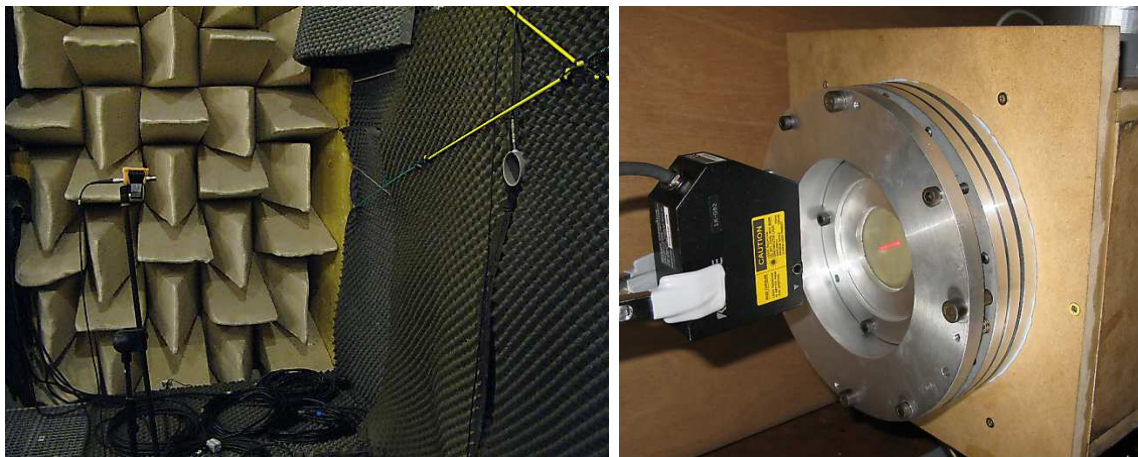
Les différents cas de configuration de membrane sont décrits dans le tableau 9.2 et la figure 9.10 montre comment la première fréquence de résonance de la membrane est relevée pour chacun d'entre eux.



(a) Vue de la cloison isolante depuis la petite chambre anéchoïque.

(b) Vue de la cloison isolante depuis la grande chambre anéchoïque.

FIG. 9.8 – Photos de la cloison isolante permettant de mesurer le bruit de bouche dans la petite chambre anéchoïque.



(a) Vue globale du montage expérimental côté grande chambre anéchoïque.

(b) Vue du montage expérimental côté petite chambre anéchoïque.

### Cas 1 à 6

Les cas 1 à 6 correspondent à des configurations où la fréquence de résonance de la membrane, directement reliée à sa tension, est inférieure à celle du principal pic de résonance du système acoustique primaire. Ce sont des cas “normaux” pour le phénomène de pompage énergétique où l’on cherche typiquement à avoir une faible contribution linéaire à la raideur de l’absorbeur afin que celle-ci soit la plus non linéaire possible.

Les réponses fréquentielles pour ces différents cas apparaissent sur les figures 9.11(a) à 9.11(f). Les phénomènes observés sur ces courbes sont qualitativement les mêmes pour chaque cas, seul l’aspect quantitatif change (valeur des seuils). En effet, à chaque fois nous observons les mêmes étapes, lorsque l’amplitude de la source croît :

- Amplitude d’entrée faible : réponse fréquentielle du système acoustique primaire non mod-





(c) Vue rapprochée de la membrane et mise en évidence de son amplitude de vibration par la trace du laser.

FIG. 9.9 – Photos du montage expérimental.

ifiée avec un premier pic de résonance à 70-80 Hz et un second à 114 Hz.

- Amplitude d'entrée moyen-faible : écrêtage du premier pic de résonance (70-80 Hz) de plus en plus bas avec l'augmentation de l'amplitude d'entrée. Dans cette phase et dans la zone fréquentielle d'écrêtage, le système évolue suivant un régime quasi-périodique typique du phénomène de pompage énergétique. Un exemple de ce type de régime est donné sur la figure 9.12(a) où sont tracées les évolutions temporelles du signal d'entrée, de la pression acoustique en bout de col et du déplacement de la membrane pour le cas 1 à la fréquence 71 Hz.
- Amplitude d'entrée moyenne : apparition à la place du premier pic de résonance d'un nouveau pic légèrement décalé vers les basses fréquences mais toutefois d'amplitude toujours inférieure.
- Amplitude d'entrée moyen-forte : écrêtage du second pic de résonance (114 Hz). Dans cette phase et dans la zone fréquentielle d'écrêtage, le système évolue également suivant un régime quasi-périodique. Un exemple de ce type de régime est donné sur la figure 9.12(b) où sont tracées les évolutions temporelles du signal d'entrée, de la pression acoustique en bout de col et du déplacement de la membrane pour le cas 1 à la fréquence 114 Hz.

Cas	Epaisseur en mm	Rayon en cm	Fréquence propre en Hz (tension)
1	0.62	3	52
2	0.18	2	48
3	0.39	3	56
4	0.62	4	50
5	0.18	3	51
6	0.39	2	48
7	0.39	3	80
8	0.18	3	80

TAB. 9.2 – Tableau des configurations de membrane

- Amplitude d'entrée forte : apparition à la place du second pic d'un nouveau pic encore légèrement décalé vers les basses fréquences.

Pour connaître la valeur du seuil d'écrtage pour chaque cas, il suffit de relever l'ordonnée au niveau de la zone d'écrtage et de multiplier par la valeur d'entrée afin de retrouver le niveau acoustique en Pa mesuré. Les réponses fréquentielles ont également été mesurées dans le tube source à 10 cm de la boîte FAA. Nous ne les traçons pas car elles ont à chaque fois la même allure que celles mesurées en bout de col. Une multiplication par 10 de l'axe des ordonnées des courbes de la figure 9.11 permet en pratique de retrouver les valeurs de pression en ce point du tube source. L'écrtage des premiers pics de résonances à ainsi lieu, à 10 cm de la boîte FAA, approximativement aux pressions suivantes :

- cas 1 : 90 Pa.
- cas 2 : 20 Pa.
- cas 3 : 70 Pa.
- cas 4 : 300 Pa.
- cas 5 : 100 Pa.
- cas 6 : 50 Pa.

Nous voyons que cette valeur de seuil de pression croît avec l'augmentation du rayon et de l'épaisseur de la membrane. Cependant elle reste largement inférieure aux valeurs des mesures de la figure 9.4, si bien qu'il faudrait peut-être chercher à remonter le seuil de déclenchement de la membrane. Il faudrait pour cela utiliser une membrane encore plus grande ou peut-être réfléchir à un autre emplacement de celle-ci.

### Cas 7 et 8

Les cas 7 et 8 correspondent quant à eux à des configurations où la membrane est accordée au système primaire. Cela se traduit par une réponse fréquentielle analogue à celle obtenue avec l'utilisation d'un absorbeur linéaire accordé de type résonateur de Helmholtz : une anti-résonance à la place du pic de résonance initial du système primaire et deux nouveaux pics de résonance de part et d'autre. Cependant, comme nous le voyons sur les figures 9.11(g) et 9.11(h), ce comportement n'existe qu'aux faibles amplitudes de source. En effet lorsque l'amplitude d'entrée augmente, la réponse fréquentielle de la zone autour de 70 Hz rejoint petit à petit le type de réponse obtenu précédemment pour les forts niveaux (nouveau pic de résonance décalé vers les basses fréquences). A fort niveau d'énergie, la composante linéaire accordée de la raideur de membrane devient négligeable devant la composante cubique. Dans cette zone fréquentielle, nous ne pouvons pas parler de pompage énergétique : pour observer ce phénomène, il faut que

la fréquence de résonance de la membrane soit inférieure à la fréquence de résonance du système primaire. Cette condition est en revanche respectée pour le second pic à 114 Hz et les courbes des figures 9.11(g) et 9.11(h) mettent effectivement en évidence un écrêtage de ce pic par la membrane. Notons que la courbe référence des figures 9.11(g) et 9.11(h) ne correspond pas aux configurations 7 et 8 mais bien à la configuration 3. En effet pour ces deux configurations, ce pic n'existe plus. Il n'est replacé sur les figures que dans un but visuel.

### Le point de vue perceptif

Dans le cadre d'une application industrielle potentielle du concept étudié ici, l'aspect perceptif doit être considéré. En effet, la vibration de la membrane crée tout d'abord une nouvelle source acoustique et il ne faudrait pas avoir simplement déplacé le problème. Une solution devra ainsi être trouvée pour traiter, ou ne pas avoir ce nouveau bruit. De plus, la nature fortement non linéaire de l'absorbeur considéré crée un son au contenu fréquentiel plus riche. Cela semble même pire au point de vue perceptif lorsque le système est sur un régime quasipériodique. Sur ce régime, qui est pourtant le comportement recherché dans le cadre du phénomène de pompage énergétique, l'amplitude sonore est effectivement réduite, mais il faudrait s'assurer que le son ne devienne pas plus désagréable qu'avant.

La figure 9.13 donne quatre exemples de paires de signaux mettant en évidence l'influence de l'activation de la membrane sur le contenu fréquentiel du signal sonore mesuré en bout de col. Pour chaque paire, le signal de gauche correspond à une faible amplitude d'entrée pour laquelle la membrane n'est pas activée et le signal de droite correspond à une forte amplitude d'entrée pour laquelle la membrane est activée. Pour chaque signal, sa FFT est donnée en-dessous de son évolution temporelle. Ces figures mettent clairement en évidence que lorsque la membrane s'active, cela s'accompagne toujours de l'apparition de raies supplémentaires dans le bruit de bouche, ce qui peut s'avérer gênant d'un point de vue psychoacoustique.

## Conclusion

Le dépôt de brevet par PSA et le CNRS sur l'idée d'utiliser un absorbeur non linéaire pour traiter le bruit de bouche d'un moteur thermique est une preuve du côté prometteur du concept de pompage énergétique.

La réalisation expérimentale du banc d'essai correspondant a permis d'aboutir à un certain nombre de conclusions :

- La conception et le dimensionnement définis dans le rapport d'étape 1 a effectivement permis d'observer le phénomène de pompage énergétique sur ce montage représentant un couplage entre un conduit d'admission et un absorbeur non linéaire.
- Le phénomène d'écrêtage a pu être observé avec plusieurs configurations de membrane différentes (rayon, épaisseur, tension) sur le pic de résonance principal autour de 75 Hz mais également sur un autre pic de résonance à 114 Hz. Une même membrane peut donc écrêter plusieurs pics différents, ce qui n'avait pas encore été prouvé expérimentalement. Cependant le seuil d'activation de la membrane n'est pas le même pour chaque pic, il augmente avec la fréquence de celui-ci.
- Sur ce montage, le seuil d'activation de la membrane, définissant le niveau sonore à partir duquel un pic est écrêté, peut varier en fonction des paramètres mais reste toujours bien



inférieur aux niveaux sonores existant dans un moteur réel. Un travail semble nécessaire pour mieux adapter le montage au cas du moteur thermique.

- La membrane vibrant sous de grandes amplitudes, celle-ci devient donc une nouvelle source sonore. Un problème auxiliaire est donc créé.
- Lorsque la membrane est activée, des harmoniques supérieures apparaissent dans le bruit de bouche, ce qui peut poser un problème d'un point de vue psychoacoustique.

Plusieurs problèmes restent donc à traiter avant qu'une application industrielle soit possible, cependant la simple observation expérimentale du phénomène de pompage énergétique sur cette maquette de conduit d'admission constitue un résultat important qui ouvre d'encourageantes perspectives.

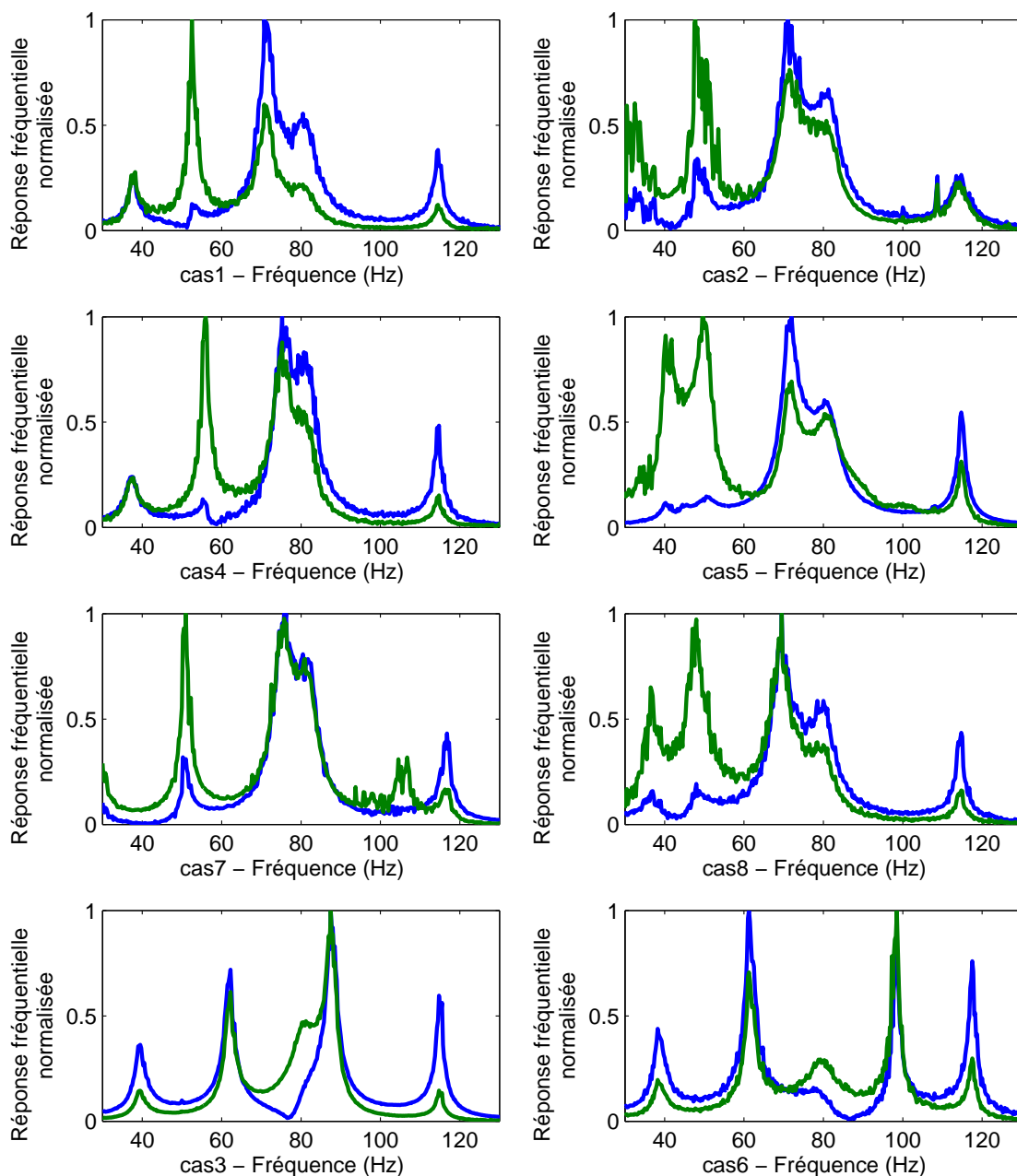
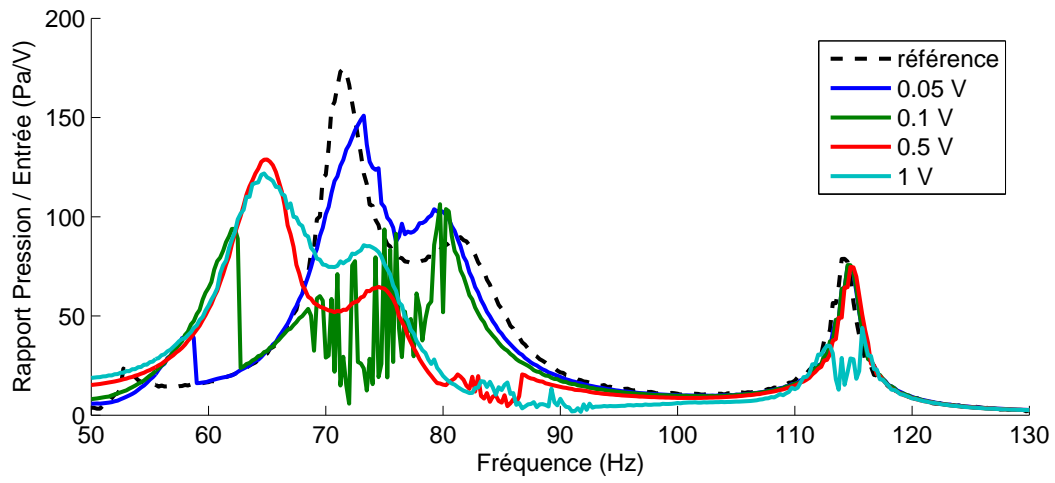
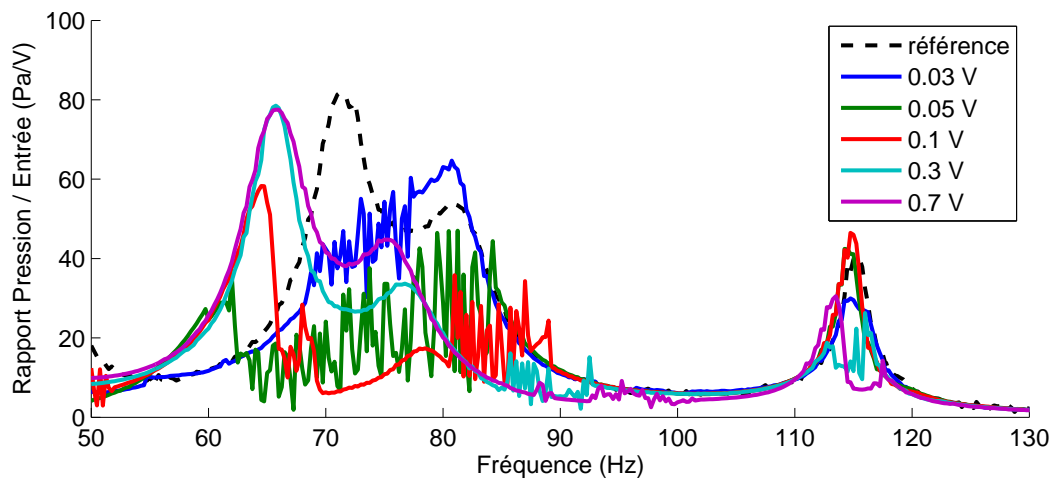
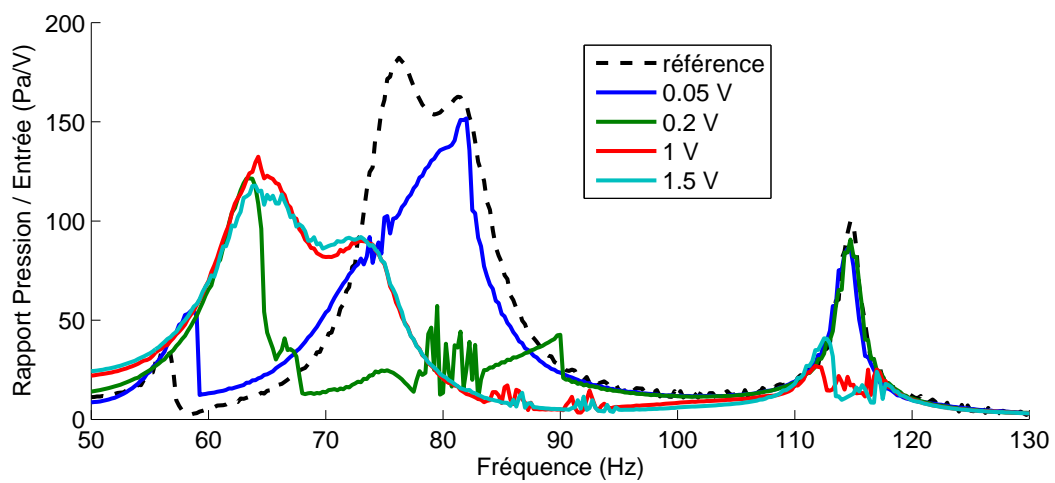
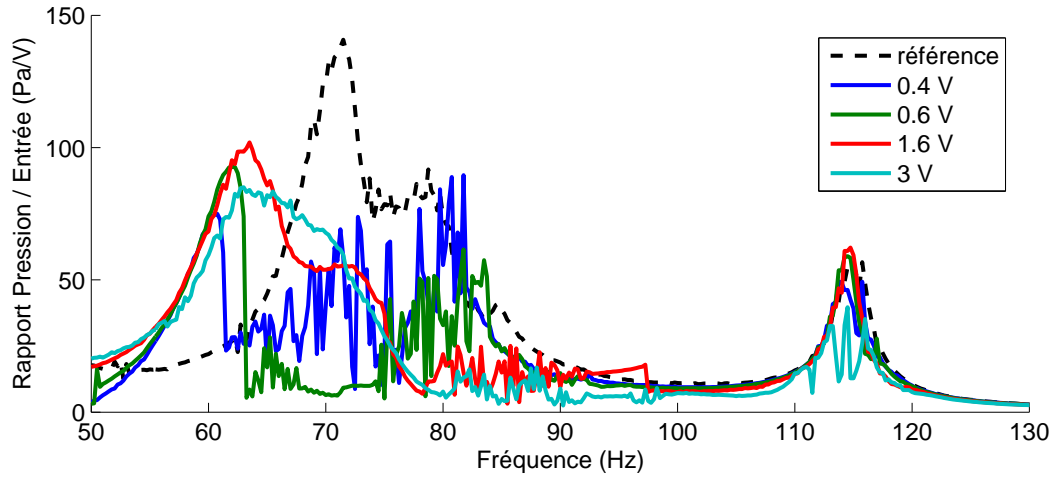
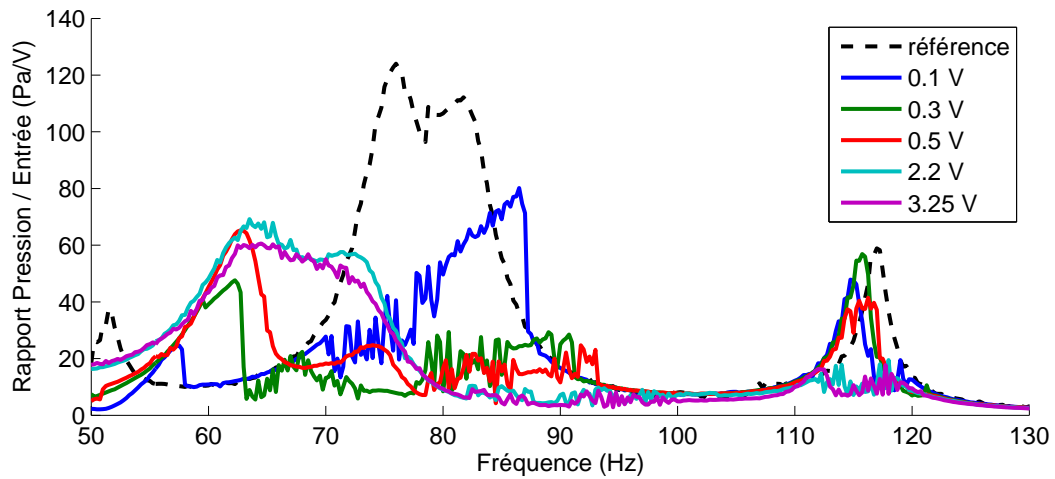
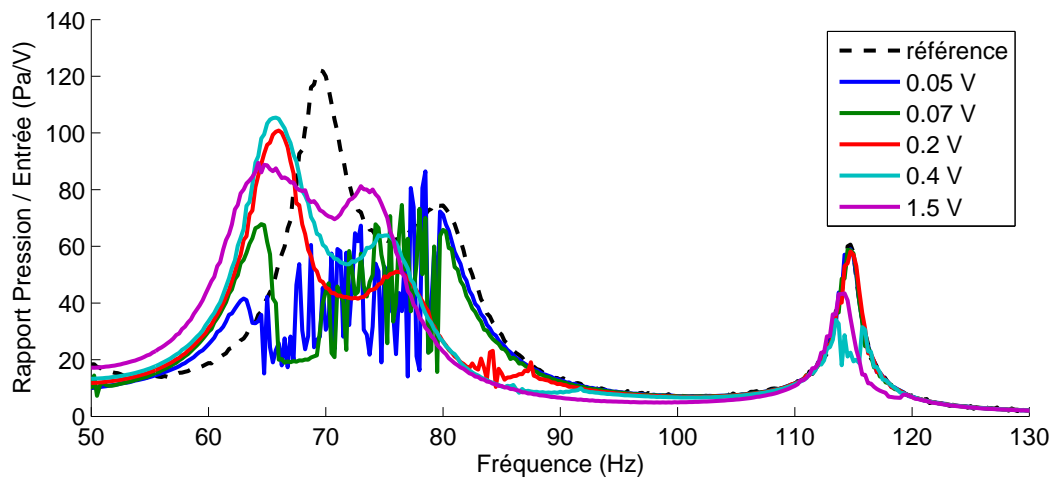


FIG. 9.10 – Réponses fréquentielles normalisées obtenues avec une source en bruit blanc de faible amplitude afin de repérer la fréquence de résonance de la membrane caractéristique de sa tension. Les courbes bleues sont les réponses provenant du micro placé à l'extrémité du col et les courbes vertes sont les réponses provenant du capteur de déplacement de la membrane. Le pic supplémentaire à chaque fois présent sur les courbes vertes représente le pic de résonance de la membrane directement lié à sa tension.

(a) cas 1 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 52.5$  Hz.(b) cas 2 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 2$  cm,  $f_1 = 48$  Hz.(c) cas 3 :  $h = 0.39$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 56$  Hz.

(d) cas 4 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 4$  cm,  $f_1 = 50$  Hz.(e) cas 5 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 51$  Hz.(f) cas 6 :  $h = 0.39$  mm,  $R = 2$  cm,  $f_1 = 48$  Hz.

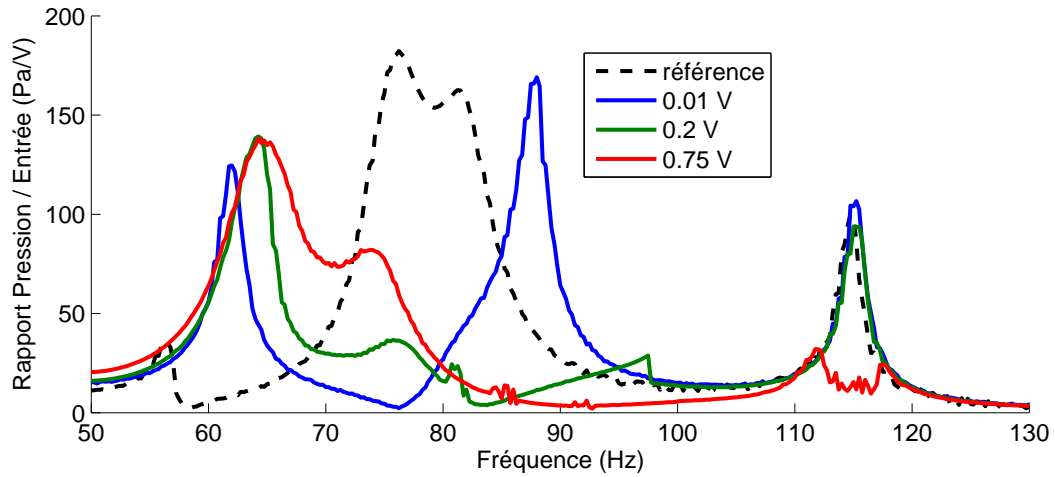
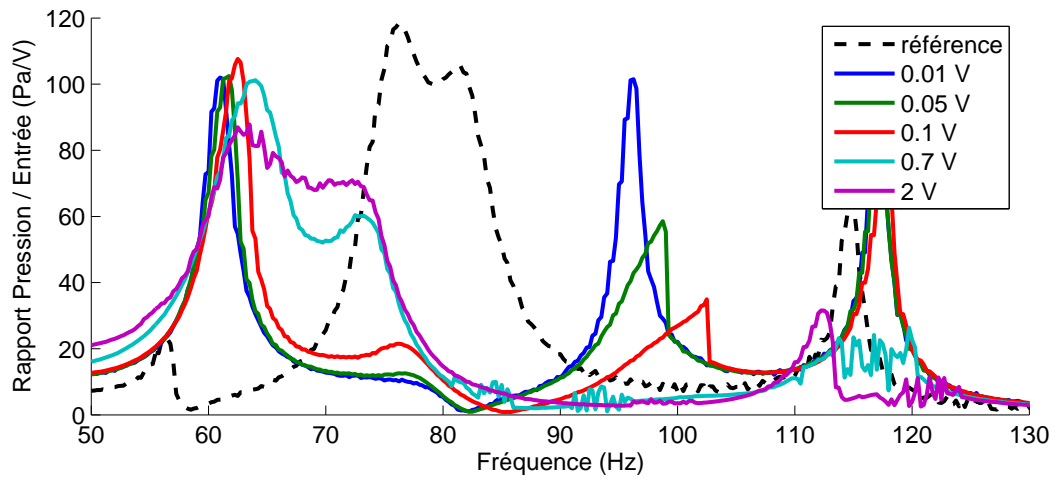
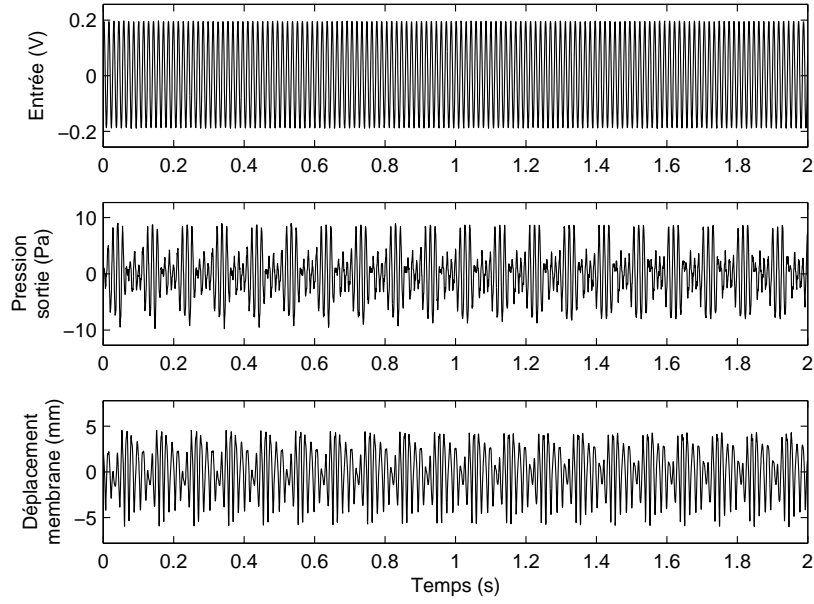
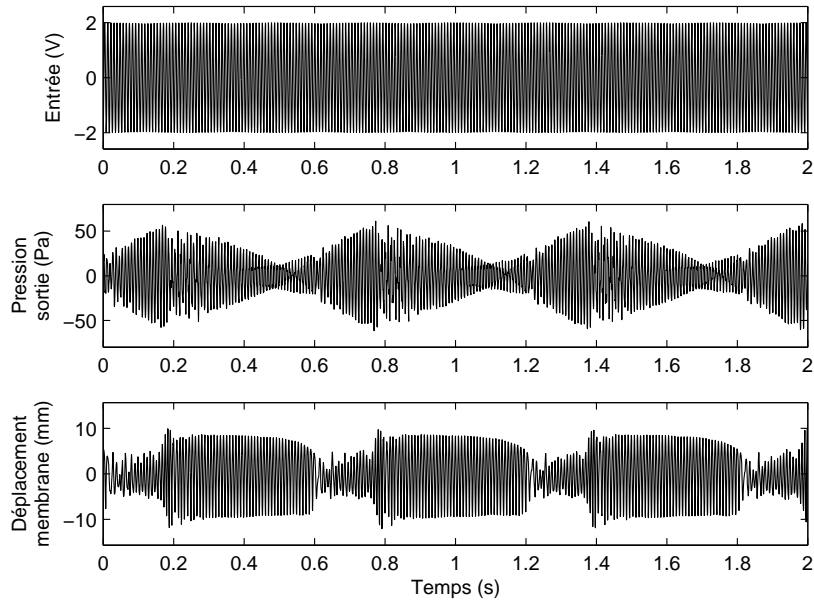
(g) cas 7 :  $h = 0.39$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 80$  Hz.(h) cas 8 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 98.5$  Hz.

FIG. 9.11 – Réponses en fréquence pour huit configurations de membrane différentes. Mesures réalisées avec une source en sinus glissant à amplitude constante. Pour chaque configuration, plusieurs réponses sont présentées, correspondant à différentes amplitudes d'entrée. Les courbes "référence" sont obtenues avec une très faible amplitude d'entrée, elles représentent la réponse en fréquence du système linéaire primaire sans membrane.

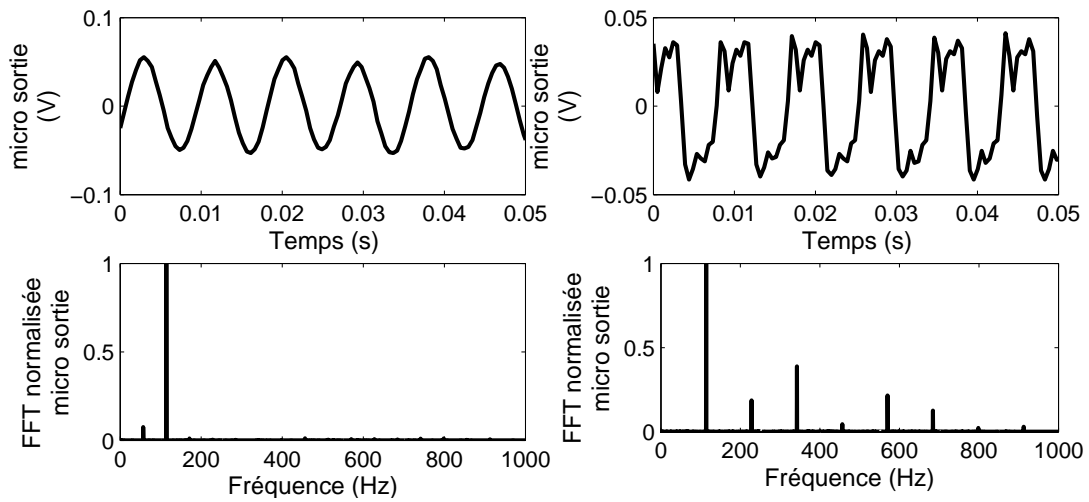


(a) cas 1 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 52.5$  Hz.  $f = 71$  Hz,  $A = 0.2$  V.

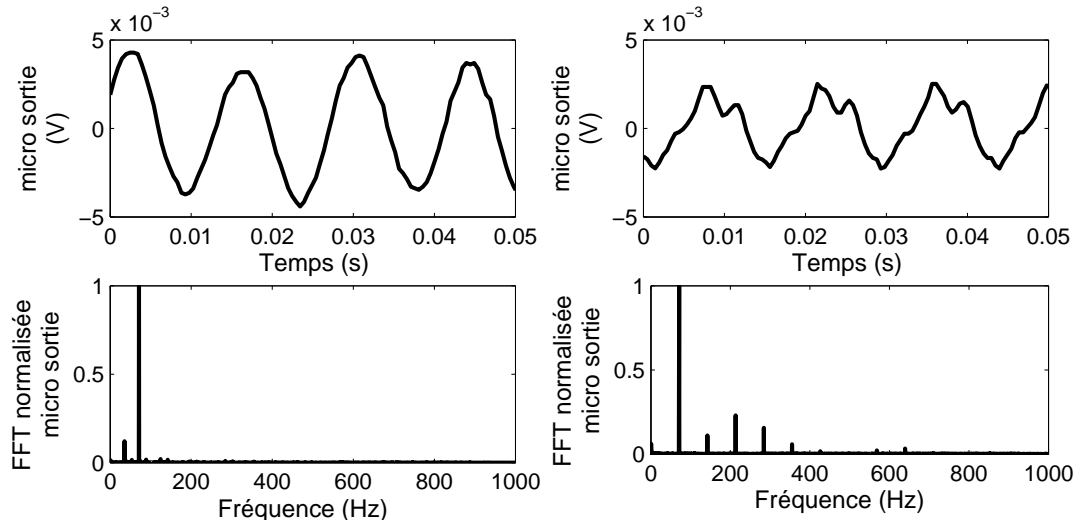


(b) cas 1 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 52.5$  Hz.  $f = 114$  Hz,  $A = 2$  V.

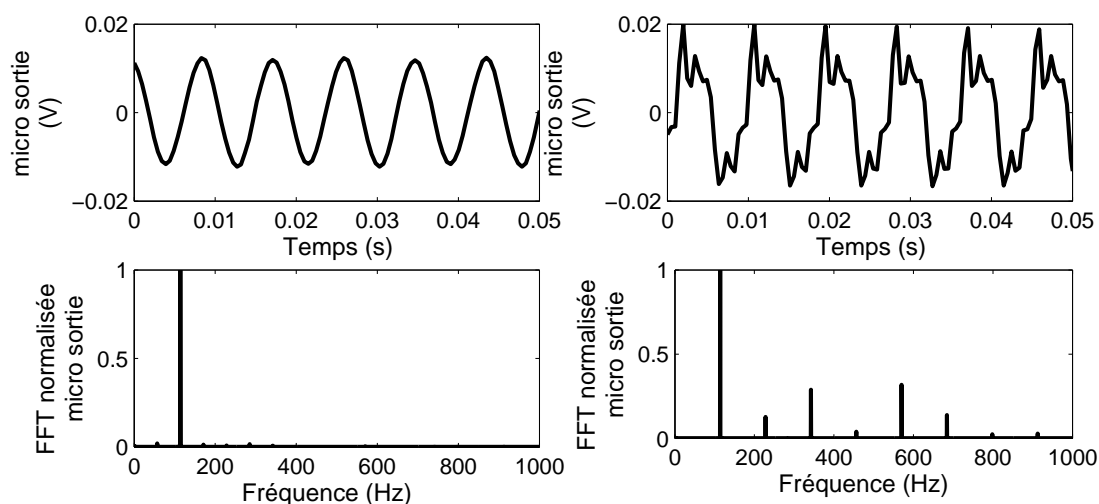
FIG. 9.12 – Deux exemples de régimes quasipériodiques.



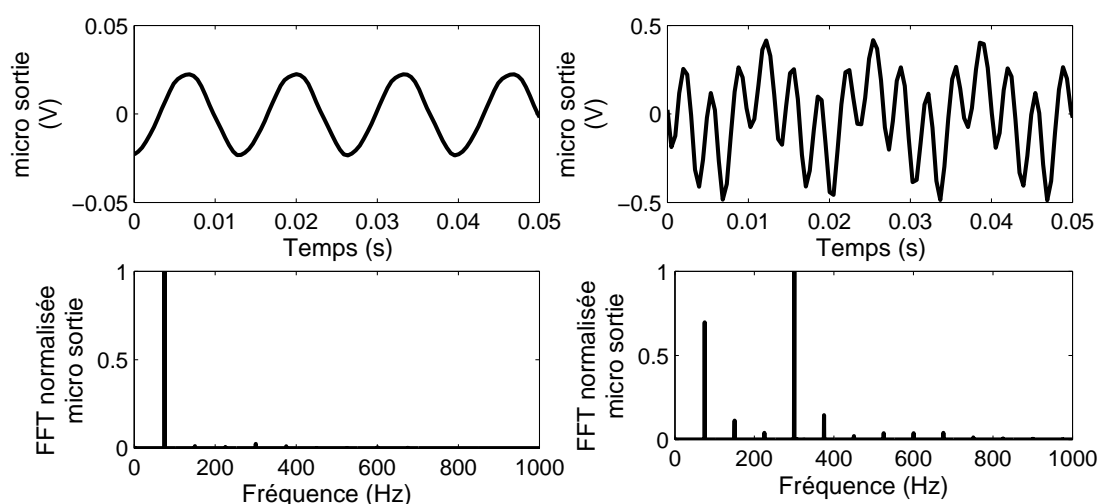
(a) cas 1, source à 114 Hz d'amplitude 0.4 V (à gauche) et 2.6 V (à droite).



(b) cas 2, source à 71 Hz d'amplitude 0.02 V (à gauche) et 0.1 V (à droite).



(c) cas 2, source à 114 Hz d'amplitude 0.1 V (à gauche) et 0.5 V (à droite).



(d) cas 5, source à 75 Hz d'amplitude 0.1 V (à gauche) et 1.6 V (à droite).

FIG. 9.13 – Contenu fréquentiel de quatre exemples de paires de signaux mesurés en bout de col. Pour chaque exemple, le signal de gauche correspond à une faible amplitude d'entrée pour laquelle la membrane n'est pas activée et le signal de droite correspond à une forte amplitude d'entrée pour laquelle la membrane est activée. Pour chaque signal, sa FFT est donnée en-dessous de son évolution temporelle.





# Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse part du double constat qu'il n'existait pas en acoustique de mécanisme de dissipation efficace en basses fréquences et qu'un nouveau thème de recherche sur les absorbeurs non linéaires avait été initié, mais uniquement par des mécaniciens et théoriciens. Le but a donc été de travailler sur l'étude du phénomène de pompage énergétique pour l'acoustique, c'est-à-dire sur l'utilisation d'un absorbeur non linéaire pour le développement d'une nouvelle technique passive de contrôle du bruit qui serait efficace dans les basses fréquences.

Il a tout d'abord été montré qu'une fine membrane circulaire visco-élastique constituait en pratique un oscillateur vibroacoustique non linéaire de raideur essentiellement cubique. Ce type d'oscillateur a donc été choisi pour jouer le rôle d'absorbeur non linéaire. Il a ainsi été couplé, sur un montage expérimental et via une boîte de couplage, à un milieu acoustique simple de type tube ouvert, avec pour but de contrôler le premier mode acoustique de celui-ci. Un modèle de ce dispositif a également été développé.

En régime transitoire, les observations ont montré que le pompage énergétique pouvait permettre une extinction sonore particulièrement rapide dans le milieu acoustique primaire. En effet pendant cette phase, la membrane est capable de rapidement concentrer en elle l'énergie sonore initialement présente dans le tube, puis de la dissiper essentiellement par viscosité. Cependant, en tant que technique de réduction du bruit, c'est surtout un effet sur la réponse fréquentielle du système qui est recherché. Il a ainsi été montré que, dans certaines conditions, la membrane pouvait permettre d'agir uniquement sur le pic de résonance du tube en écrêtant celui-ci et en laissant le reste de la réponse originale inchangée. L'étude du rôle de chacun des paramètres a également été réalisée, permettant de comprendre comment il peut être possible de "régler" la membrane en fonction des exigences. Celle-ci n'ayant pas de fréquence préférentielle, sa capacité à agir sur n'importe quelle fréquence de résonance a été mise en évidence. Précisons que tous ces résultats ont été montrés tant expérimentalement que numériquement grâce à des simulations effectuées à partir du modèle.

La possibilité d'utiliser plusieurs membranes en parallèle a été étudiée expérimentalement sur un second montage ainsi que numériquement, ce qui a permis de clairement mettre en évidence les mécanismes mis en jeu. La faisabilité du couplage d'une membrane à un milieu acoustique plus proche des applications de type parallélépipédique a été prouvée. Il a aussi été montré qu'un logiciel de calcul numérique comme ABAQUS était capable de simuler la phénomène de pompage énergétique, ce qui ouvre la porte à l'étude numérique d'applications à des milieux acoustiques complexes. Enfin, les résultats du travail effectué en collaboration avec l'entreprise automobile PSA en vue d'une application au traitement du bruit d'admission des moteurs thermiques font l'objet de la dernière partie. La partie préliminaire et théorique de ce travail ayant permis le dépôt d'un brevet, celui-ci est directement reporté dans le document, accompagné des résultats

expérimentaux obtenus sur une maquette de conduit d'admission.

Ce manuscrit de thèse a finalement pris la forme d'une progression relativement linéaire de l'idée vers l'application, en passant par différentes étapes expérimentales et numériques de compréhension du phénomène de pompage énergétique en acoustique. En étant les premiers, et toujours les seuls à notre connaissance, à travailler sur l'exploitation de ce phénomène pour la création d'une nouvelle technique de réduction du bruit, ce travail a été reconnu pour son côté original et novateur par le CNRS en faisant partie des faits marquants de l'INSIS 2010 et du rapport d'activité scientifique du CNRS "2009 une année avec le CNRS" à paraître prochainement. Une importante partie de ces résultats de thèse, jusqu'au cinquième chapitre environ, a récemment été publiée dans l'article [2] et de nombreuses communications dans des congrès français et internationaux ont également été faites (CFM Lyon 2007, ASME IDETC Las Vegas 2007, SES Champaign 2008, Acoustics Paris 2008, NOVEM Oxford 2009, ESMC Lisbonne 2009, CFM Marseille 2009).

En terme de perspectives, le travail sur l'étude d'autres types d'absorbeurs est à approfondir. Celui-ci a d'ailleurs déjà été engagé à propos de l'utilisation de haut-parleurs modifiés. L'intérêt de cette direction serait d'utiliser les bornes de ce nouveau type d'absorbeur pour y relier un circuit permettant de contrôler par exemple l'amortissement, mais ce travail est encore très jeune et ce dernier point n'a pas encore été testé. Une possibilité encore plus audacieuse serait de rechercher un moyen d'obtenir une raideur non linéaire purement acoustique en travaillant éventuellement sur la géométrie de cavités spéciales. Cependant c'est à partir des conclusions des chapitres 7 et 8 réunis que ressort ce qui pourrait être la perspective prioritaire à court terme : celle de l'étude (a priori expérimentale) d'une cavité acoustique parallélépipédique dont une paroi serait remplie de nombreuses et différentes membranes. Tout ce qui a été fait ici concernant le contrôle de modes acoustiques stationnaires, l'étude de l'action d'une membrane dans un contexte propagatif (propagation d'ondes dans une tuyère par exemple) serait ainsi à envisager. D'autres travaux devront a priori inévitablement être abordés à propos des deux problèmes suivants : celui du rayonnement acoustique par la face externe de la membrane et celui des potentiels problèmes psychoacoustiques engendrés par le régime quasi-périodique et par les harmoniques rajoutées par la membrane. La perspective concernant le contrôle des bruits de bouche est quant à elle déjà passée à l'étape supérieure d'essais sur un prototype réel dans les locaux de PSA.

# Annexes



## Annexes A

# Comparaisons entre mesures et simulations en oscillations libres

---

### Introduction

Pour des raisons d'encombrement, seulement deux exemples de comparaison entre mesures et simulations ont été donnés dans le corps de ce document de thèse (chapitre 5, figures 5.18 et 5.19) pour les oscillations libres du système. Cette annexe est donc là pour présenter une importante liste de figures de comparaison entre mesures et simulations d'oscillations libres effectuées avec tous types de configurations et de paramètres, ceci afin de mieux constater la qualité du modèle.

### A.1 Configurations et paramètres

Six configurations de membranes, dont voici la liste, sont ici testées :

- Configuration 1 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 2$  cm,  $f_1 = 62$  Hz ( $\eta = 0.001$  s<sup>-1</sup>).
- Configuration 2 :  $h = 0.18$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 61$  Hz ( $\eta = 0.001$  s<sup>-1</sup>).
- Configuration 3 :  $h = 0.39$  mm,  $R = 2$  cm,  $f_1 = 77$  Hz ( $\eta = 0.00062$  s<sup>-1</sup>).
- Configuration 4 :  $h = 0.39$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 61$  Hz ( $\eta = 0.00062$  s<sup>-1</sup>).
- Configuration 5 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 3$  cm,  $f_1 = 57$  Hz ( $\eta = 0.00025$  s<sup>-1</sup>).
- Configuration 6 :  $h = 0.62$  mm,  $R = 4$  cm,  $f_1 = 66$  Hz ( $\eta = 0.00025$  s<sup>-1</sup>).

Les autres paramètres utilisés dans le modèle valent :  $\rho_a = 1.3$  kg.m<sup>-3</sup>,  $\rho_m = 980$  kg.m<sup>-3</sup>,  $c_0 = 347$  m.s<sup>-1</sup>,  $E = 1.2$  MPa,  $\nu = 0.49$ ,  $L = 2$  m,  $R_t = 5$  cm,  $\lambda = 0.014$ ,  $V_2 = 27$  L.

## A.2 Figures

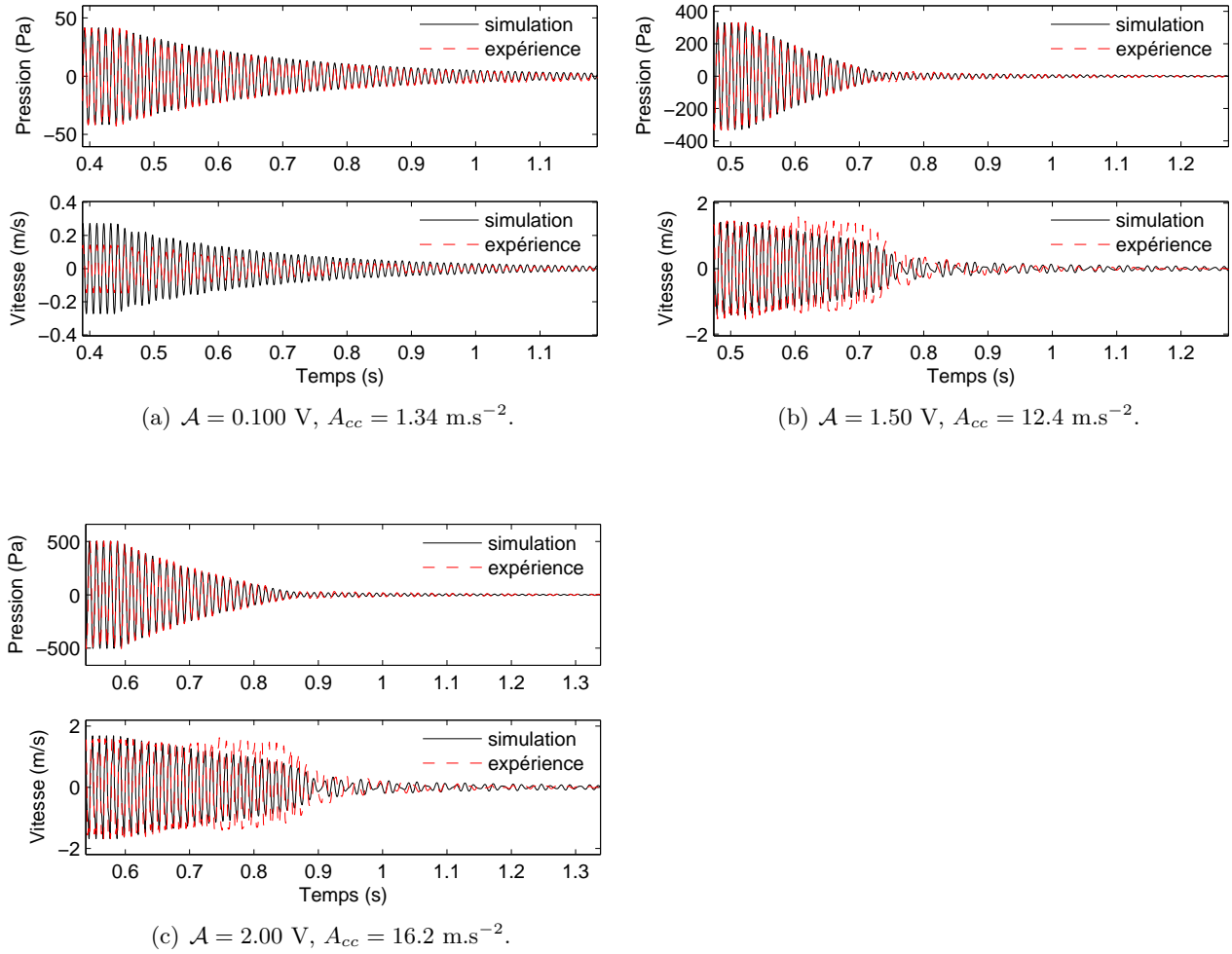


FIG. A.1 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 1 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.

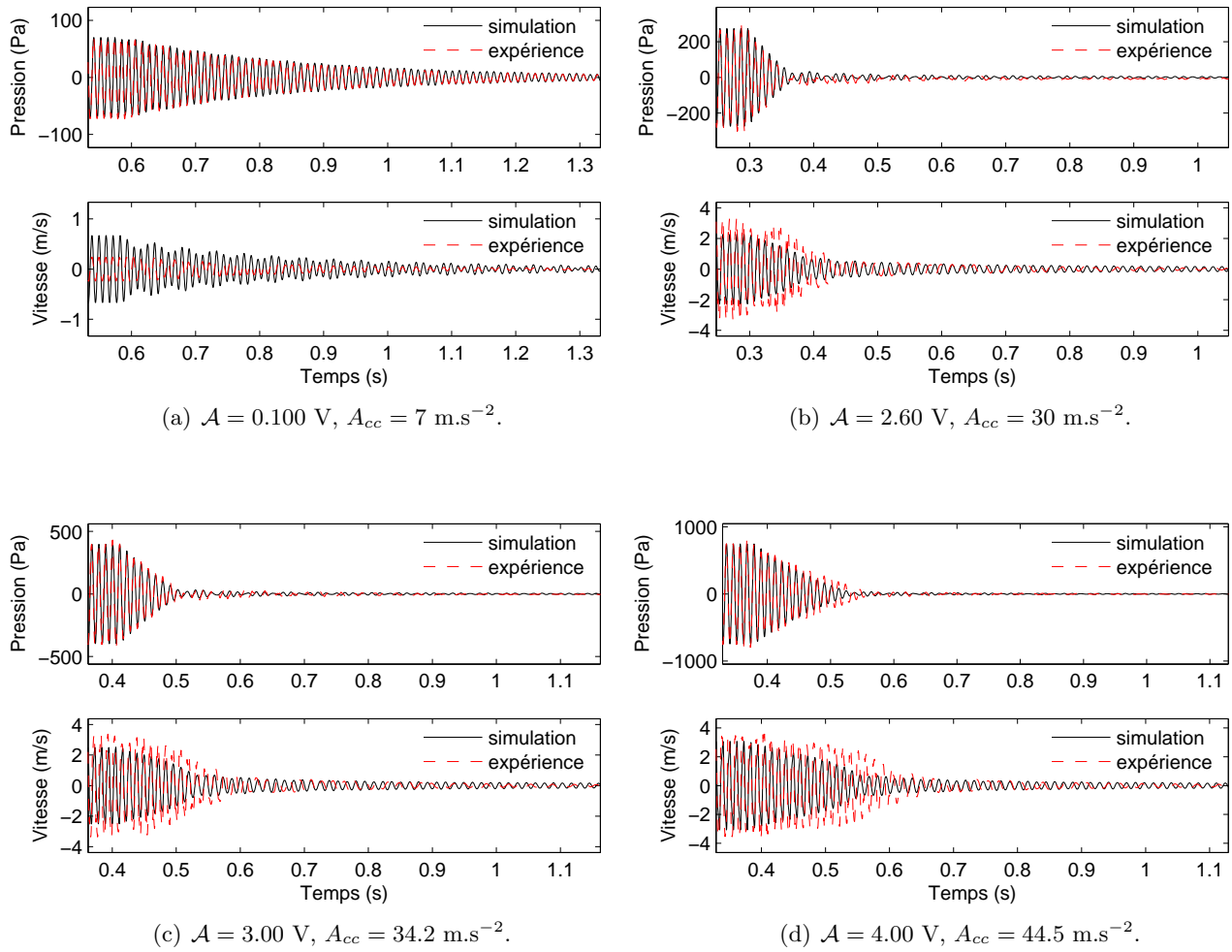


FIG. A.2 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 2 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.



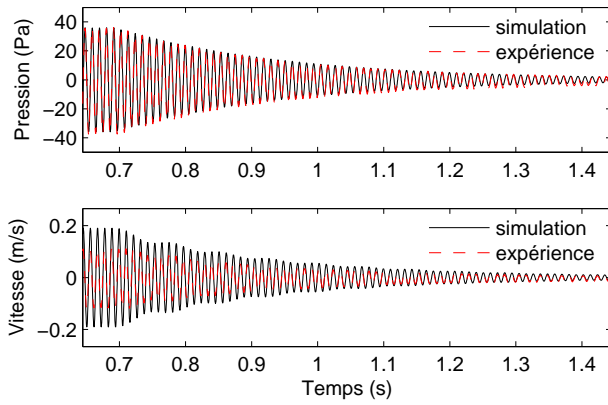
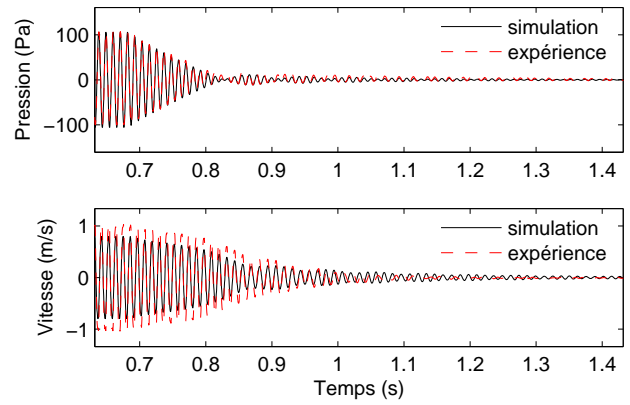
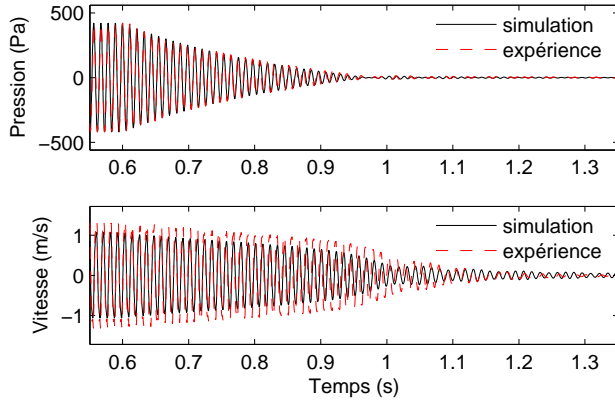
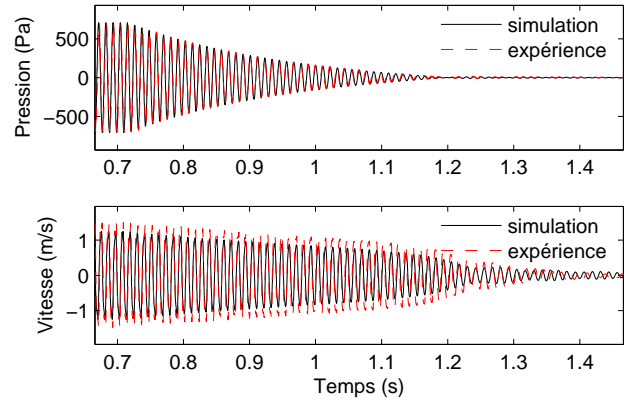
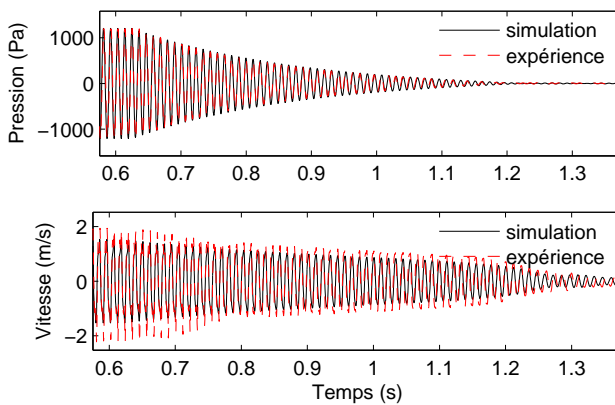
(a)  $\mathcal{A} = 0.050 \text{ V}$ ,  $A_{cc} = 1 \text{ m.s}^{-2}$ .(b)  $\mathcal{A} = 0.410 \text{ V}$ ,  $A_{cc} = 5.9 \text{ m.s}^{-2}$ .(c)  $\mathcal{A} = 1.00 \text{ V}$ ,  $A_{cc} = 12.5 \text{ m.s}^{-2}$ .(d)  $\mathcal{A} = 1.70 \text{ V}$ ,  $A_{cc} = 18.4 \text{ m.s}^{-2}$ .(e)  $\mathcal{A} = 2.00 \text{ V}$ ,  $A_{cc} = 28.5 \text{ m.s}^{-2}$ .

FIG. A.3 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 3 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.

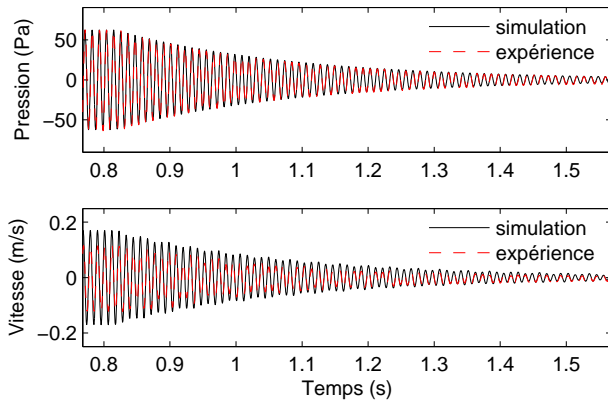
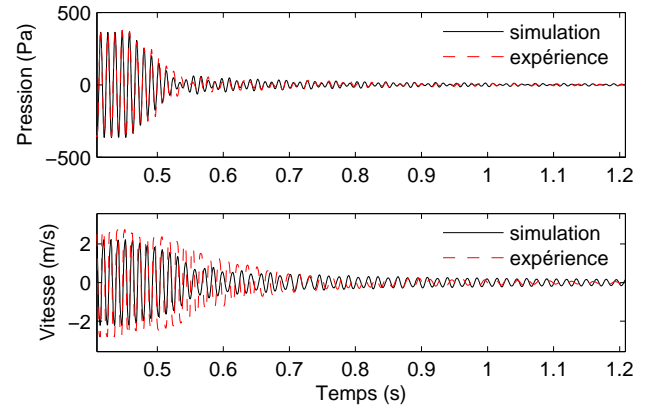
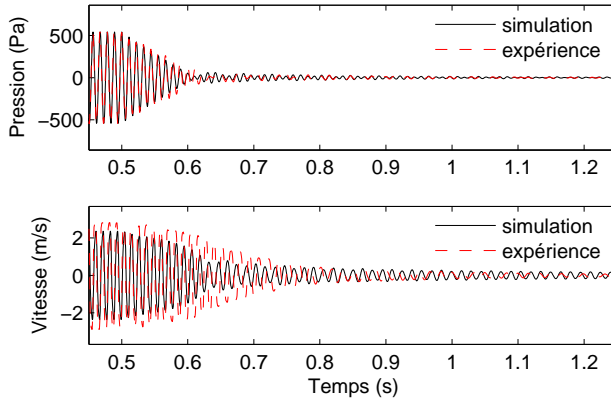
(a)  $\mathcal{A} = 0.100$  V,  $A_{cc} = 1.85$  m.s<sup>-2</sup>.(b)  $\mathcal{A} = 2.60$  V,  $A_{cc} = 32$  m.s<sup>-2</sup>.(c)  $\mathcal{A} = 3.00$  V,  $A_{cc} = 36.5$  m.s<sup>-2</sup>.

FIG. A.4 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 4 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.

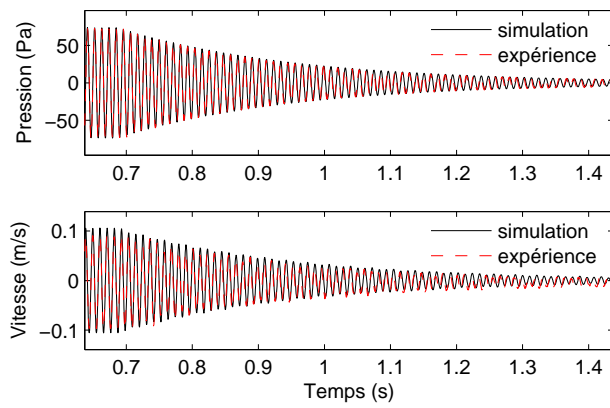
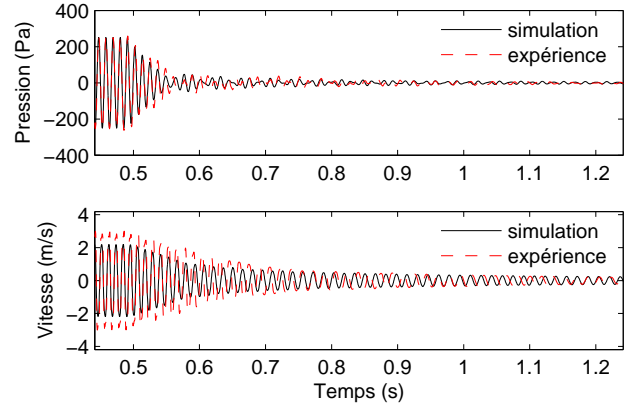
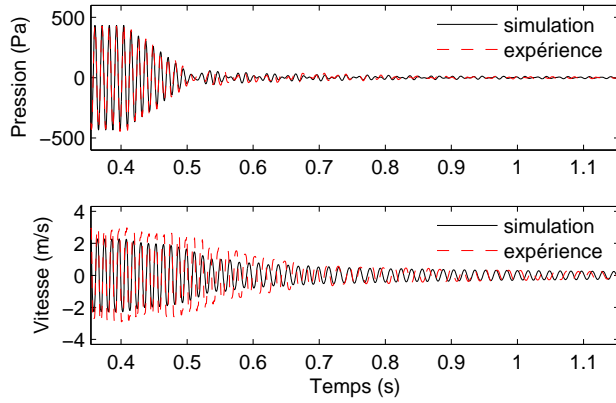
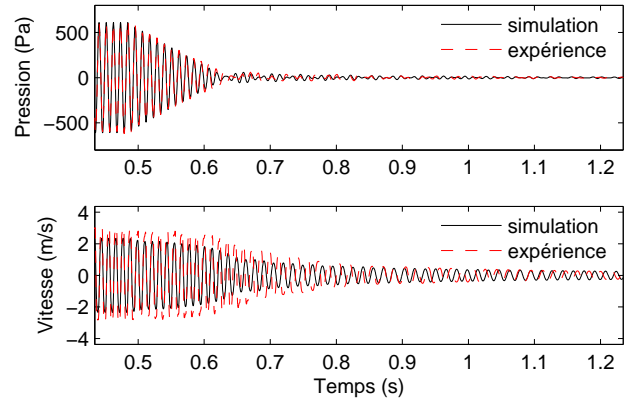
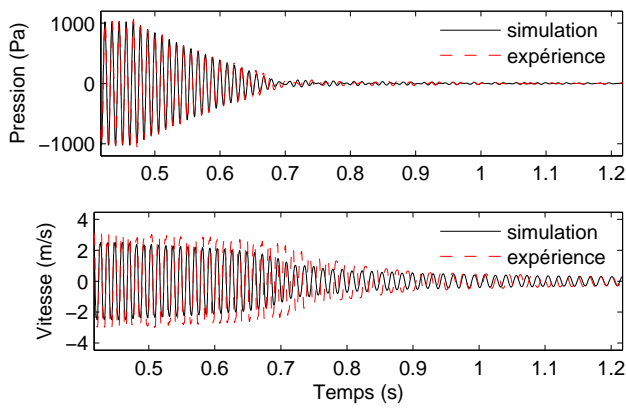
(a)  $\mathcal{A} = 0.100$  V,  $A_{cc} = 1.5$  m.s<sup>-2</sup>.(b)  $\mathcal{A} = 2.20$  V,  $A_{cc} = 30.3$  m.s<sup>-2</sup>.(c)  $\mathcal{A} = 2.60$  V,  $A_{cc} = 34$  m.s<sup>-2</sup>.(d)  $\mathcal{A} = 3.00$  V,  $A_{cc} = 37.3$  m.s<sup>-2</sup>.(e)  $\mathcal{A} = 4.00$  V,  $A_{cc} = 45$  m.s<sup>-2</sup>.

FIG. A.5 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 5 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.

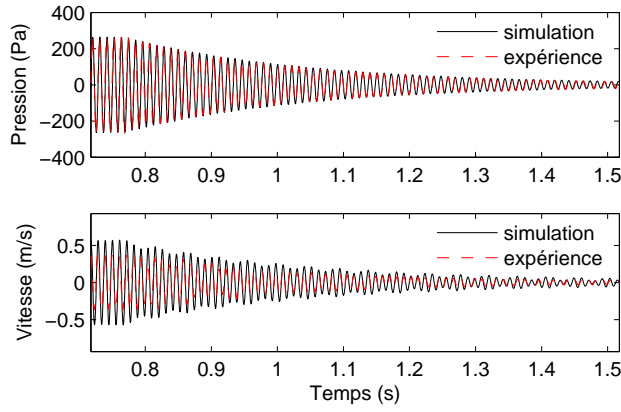
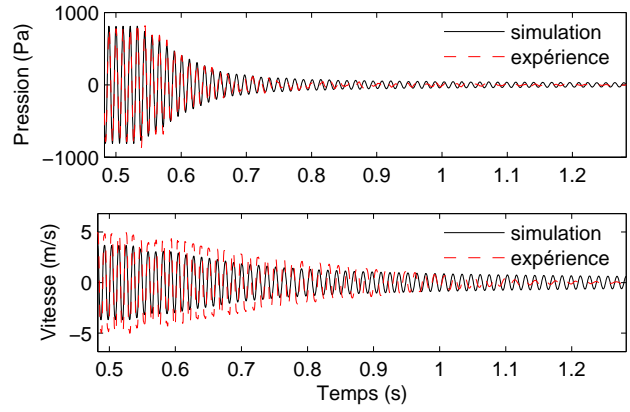
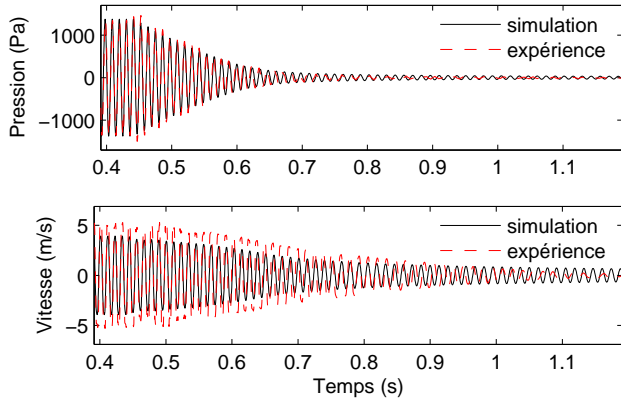
(a)  $\mathcal{A} = 0.100$  V,  $A_{cc} = 10.5$  m.s<sup>-2</sup>.(b)  $\mathcal{A} = 2.00$  V,  $A_{cc} = 87$  m.s<sup>-2</sup>.(c)  $\mathcal{A} = 2.50$  V,  $A_{cc} = 100$  m.s<sup>-2</sup>.

FIG. A.6 – *Résultats numériques et expérimentaux.* Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 6 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale.



## Annexes B

# Calcul du coefficient d'amortissement de la membrane

---

### Introduction

Parmi tous les paramètres du modèle à deux degrés de liberté décrivant la dynamique du système couplé milieu acoustique-membrane, le coefficient d'amortissement  $\eta$  de la membrane est le plus difficile à déterminer. Deux techniques basées sur l'utilisation du modèle et de mesures sont présentées dans cette annexe.

### B.1 Identification expérimentale du coefficient d'amortissement de la membrane

Nous présentons ici une technique d'identification du coefficient d'amortissement de la membrane à partir d'un montage expérimental, composé d'une boîte équipée d'un haut-parleur d'un côté et d'une membrane de l'autre (figure B.1), et de l'équation différentielle de la membrane.

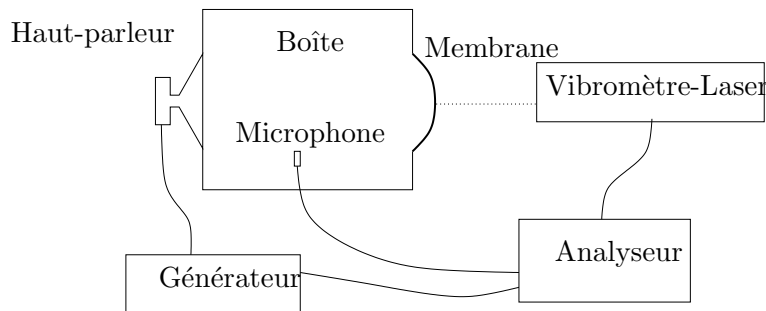


FIG. B.1 – Schéma du montage expérimental utilisé pour l'identification du coefficient d'amortissement de la membrane

En utilisant une source sinusoïdale d'amplitude et de fréquence variables, il est possible de tracer une surface dans l'espace fréquence, amplitude de déplacement de la membrane et amplitude de pression dans la boîte. Cette surface peut être également être définie de manière analytique à partir de l'équation de la membrane. Rappelons tout d'abord l'expression de cette équation, où  $q_m$  et  $p$  sont respectivement le déplacement du centre de la membrane et la pression dans la boîte :

$$m_m \ddot{q}_m + k_1[(1 + \chi)q_m + \eta \dot{q}_m] + k_3(q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m) = \frac{S_m}{2} p \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \text{avec } m_m &= \frac{\rho_m h S_m}{3}, \quad \chi = \frac{3R^2 e_0}{h^2}, \quad S_m = \pi R^2 \\ k_1 &= \frac{1.015^4 \pi^5}{36} \frac{E h^3}{(1 - \nu^2) R^2}, \quad k_3 = \frac{8\pi E h}{3(1 - \nu^2) R^2} \end{aligned}$$

Nous supposons que  $q_m$  et  $p$  peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} q_m &= Q \cos(\omega t) \\ p &= P \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

En reportant ces expressions dans l'équation B.1, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{aligned} (k_1(1 + \chi) - m\omega^2)Q + \frac{3}{4}k_3Q^3 &= \frac{S_m}{2}P \cos(\phi) \\ k_1\omega\eta Q + \frac{k_3}{2}\omega\eta Q^3 &= \frac{S_m}{2}P \sin(\phi) \end{aligned}$$

puis par élimination de la phase, l'équation de la surface apparaît :

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{S_m} \sqrt{[(k_1(1 + \chi) - m\omega^2)Q + \frac{3}{4}k_3Q^3]^2 + [k_1\omega\eta Q + \frac{k_3}{2}\omega\eta Q^3]^2} \\ &= \frac{2Q}{S_m} \sqrt{[k_1(1 + \chi) - m\omega^2 + \frac{3}{4}k_3Q^2]^2 + \omega^2\eta^2[k_1 + \frac{k_3}{2}Q^2]^2} \end{aligned}$$

Pour une valeur donnée de  $Q$ , la fréquence de résonance et la pression correspondante ont pour expression :

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{1}{m}(k_1(1 + \chi) + \frac{3}{4}k_3Q^2)} \\ P &= \frac{2Q}{S_m} \omega \eta (k_1 + \frac{k_3}{2}Q^2) \end{aligned}$$

Il est alors possible de déterminer  $\chi$  et  $\eta$  en jouant sur leurs valeurs afin de faire coller ces deux expressions à la surface établie expérimentalement.

Cette technique a été mise en oeuvre une seule fois avant le début de cette thèse. La surface expérimentale est présentée sur la figure B.1 et celle issue de l'identification sur la figure B.1. La valeur obtenue pour  $\eta$  a été de  $0.002 \text{ s}^{-1}$ . La plage fréquentielle de ces figures (entre 5 et 30 Hz) est due au fait que le but était, à ce moment là, de travailler sur le mode piston d'un tube de 2 m de long et non pas sur son premier mode de résonance comme c'est le cas dans cette thèse. Le manque de précision et le côté considérablement laborieux de cette méthode a fait qu'elle n'a pas été reconduite.

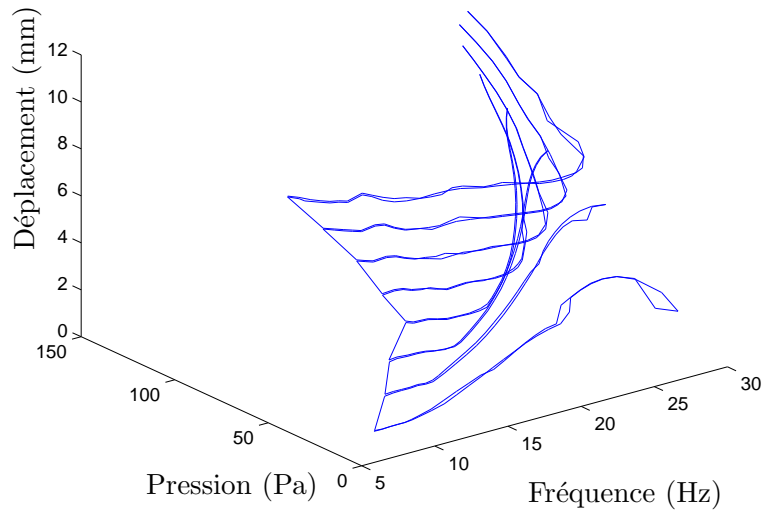


FIG. B.2 – Surface expérimentale du déplacement en fonction de la fréquence et de la pression.

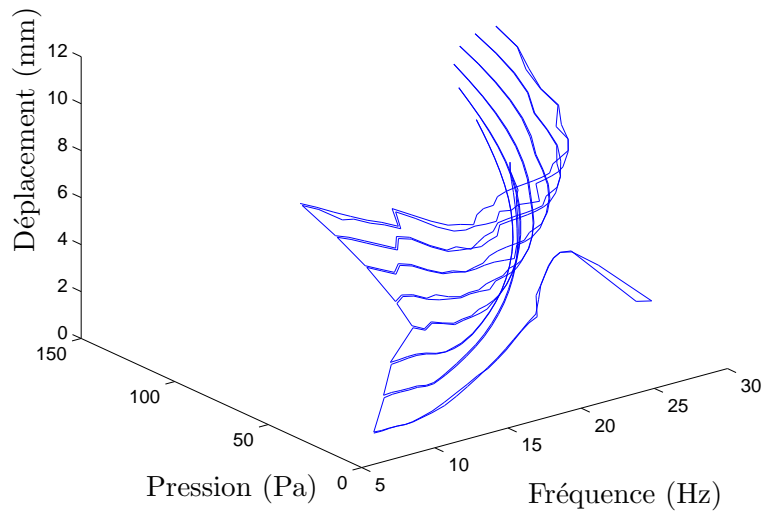


FIG. B.3 – Surface expérimentale du déplacement en fonction de la fréquence et de la pression issue de l'identification et du modèle.

## B.2 Calcul du coefficient d'amortissement de la membrane à partir de mesures d'oscillations libres

Dans le chapitre 4, la modélisation du système couplé milieu acoustique-membrane a aboutie au système d'équations à deux degrés de liberté suivant :

$$m_a \ddot{u}_a + c_f \dot{u}_a + k_a u_a + S_t k_b (S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m) = F \cos(\Omega t) \quad (\text{B.2})$$

$$m_m \ddot{q}_m + k_1 \left[ \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 q_m + \eta \dot{q}_m \right] + k_3 [q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m] + \frac{S_m}{2} k_b \left( \frac{S_m}{2} q_m - S_t u_a \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$



$$\begin{aligned}
\text{avec } m_a &= \frac{\rho_a S_t L}{2}, \quad m_m = \frac{\rho_m h S_m}{3} \\
k_b &= \frac{\rho_a c_0^2}{V_2}, \quad k_a = \frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L} \\
k_1 &= \frac{1.0154 \pi^5}{36} \frac{E h^3}{(1 - \nu^2) R^2}, \quad k_3 = \frac{8 \pi E h}{3(1 - \nu^2) R^2} \\
f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.0154 \pi^4}{12} \frac{E h^2}{(1 - \nu^2) \rho_m R^4}}, \quad S_m = \pi R^2
\end{aligned}$$

Dans le cadre d'oscillations libres ( $F = 0$ ) et d'après ces équations, les énergies dissipées entre les instants  $t_0$  et  $t_f$  peuvent être calculées suivant les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
E_{dis\_t}(t_0, t_f) &= c_f \int_{t_0}^{t_f} \dot{u}_a^2 dt \quad (\text{énergie dissipée dans le tube}) \\
E_{dis\_m}(t_0, t_f) &= \eta \int_{t_0}^{t_f} (k_1 \dot{q}_m^2 + 2k_3 q_m^2 \dot{q}_m^2) dt \quad (\text{énergie dissipée dans la membrane}) \\
E_{dis\_tot}(t_0, t_f) &= E_{dis\_t}(t_0, t_f) + E_{dis\_m}(t_0, t_f) \quad (\text{énergie dissipée totale})
\end{aligned}$$

Les expressions des énergies instantannées des différents éléments du système peuvent également être immédiatement déduites du système à 2ddl :

$$\begin{aligned}
E_{tube}(t) &= \frac{1}{2} m_a \dot{u}_a^2 + \frac{1}{2} k_a u_a^2 \\
E_{membrane}(t) &= \frac{1}{2} m_m \dot{q}_m^2 + \frac{1}{4} k_3 q_m^4 \\
E_{boite}(t) &= \frac{1}{2} k_b (S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m)^2 \\
E_{tot}(t) &= E_{tube}(t) + E_{membrane}(t) + E_{boite}(t)
\end{aligned}$$

Il est alors possible, en considérant le fait que l'énergie dissipée entre les instants  $t_0$  et  $t_f$  est nécessairement égale à la différence d'énergie instantannée totale entre ces instants ( $E_{dis\_tot}(t_0, t_f) = E_{tot}(t_0) - E_{tot}(t_f)$ ), d'obtenir l'expression du coefficient d'amortissement de la membrane :

$$\eta = \frac{E_{tot}(t_0) - E_{tot}(t_f) - E_{dis\_t}(t_0, t_f)}{\frac{E_{dis\_m}(t_0, t_f)}{\eta}} \quad (\text{B.4})$$

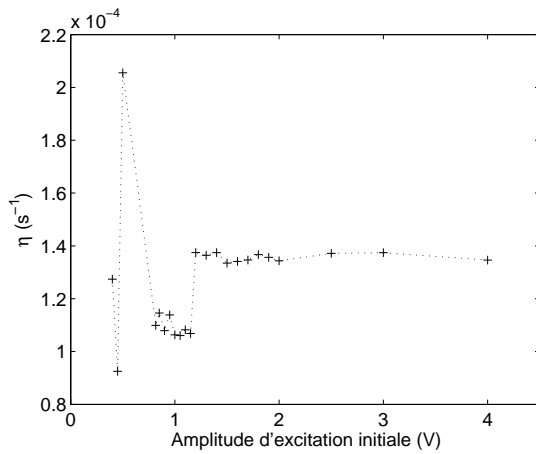
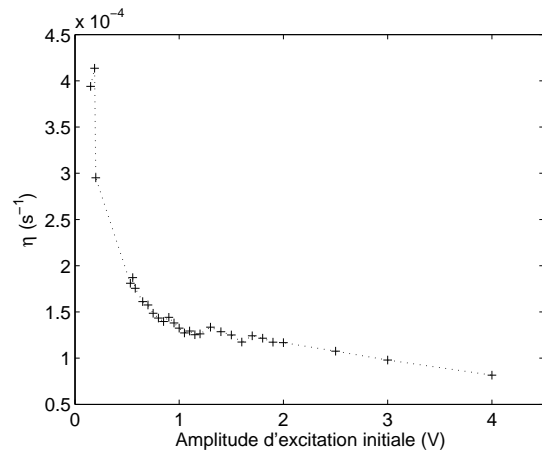
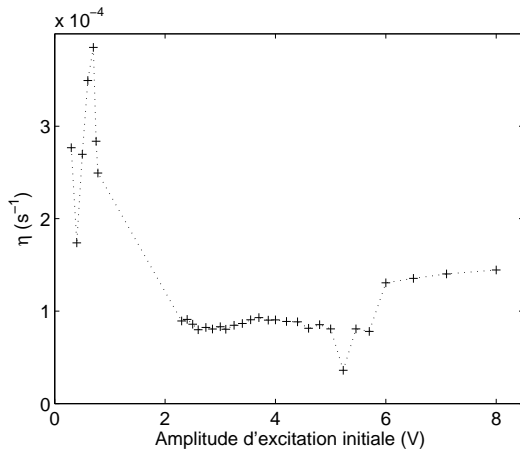
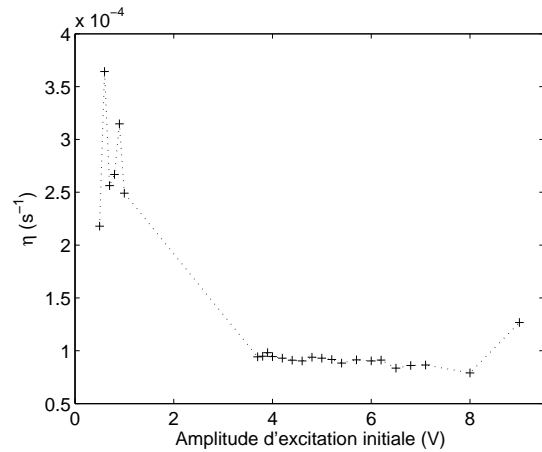
Grâce à celle-ci, la valeur de  $\eta$  peut être calculée à partir de n'importe quelle mesure d'oscillations libres du système. Précisons que  $E_{dis\_m}(t_0, t_f)/\eta$  ne dépend justement pas  $\eta$ . En calculant ce coefficient à partir d'enregistrement d'oscillations libres allant jusqu'à l'extinction complète du système ( $E_{tot}(t_f) = 0$ ), l'expression B.4 est légèrement simplifiée et devient :

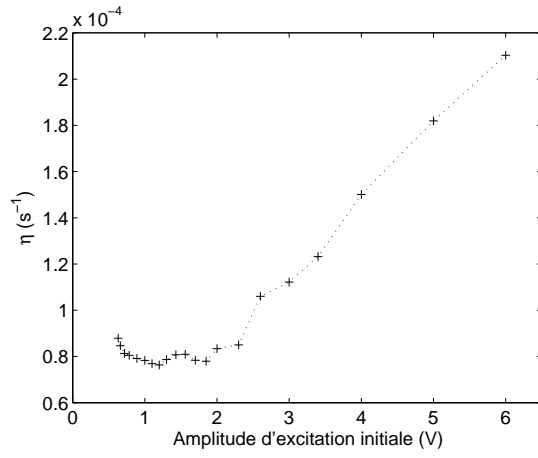
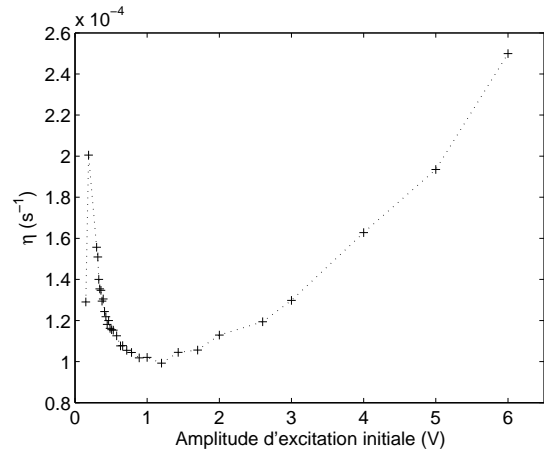
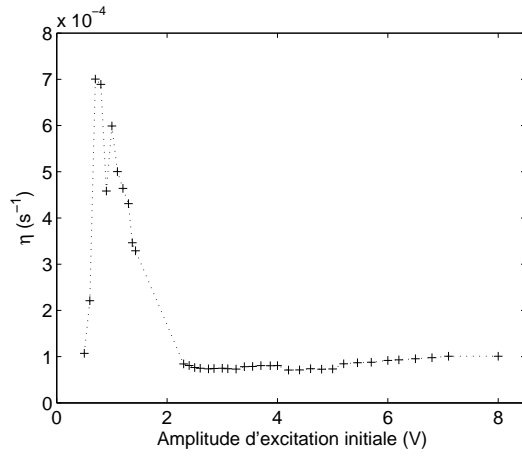
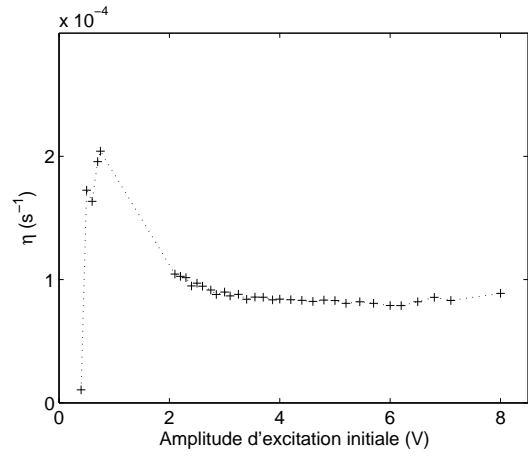
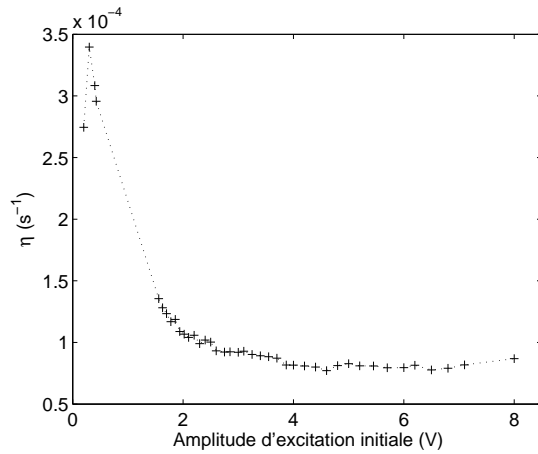
$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{E_{tot}(t_0) - E_{dis\_t}(t_0, t_f)}{\frac{E_{dis\_m}(t_0, t_f)}{\eta}} \\
&= \left[ \frac{1}{2} m_a \dot{u}_a(t_0)^2 + \frac{1}{2} k_a u_a(t_0)^2 + \frac{1}{2} m_m \dot{q}_m(t_0)^2 + \frac{1}{4} k_3 q_m(t_0)^4 + \frac{1}{2} k_b (S_t u_a(t_0) - \frac{S_m}{2} q_m(t_0))^2 - c_f \int_{t_0}^{t_f} \dot{u}_a^2 dt \right] / \int_{t_0}^{t_f} (k_1 \dot{q}_m^2 + 2k_3 q_m^2 \dot{q}_m^2) dt \quad (\text{B.5})
\end{aligned}$$

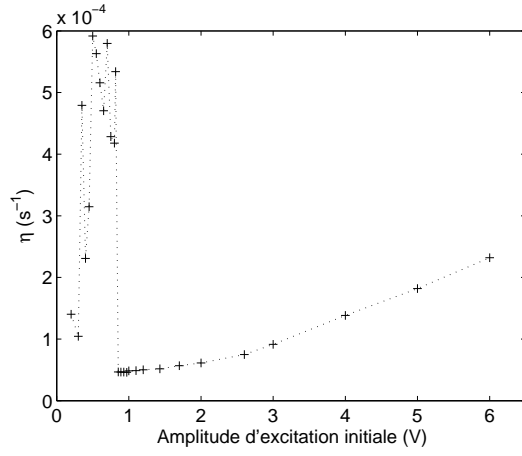
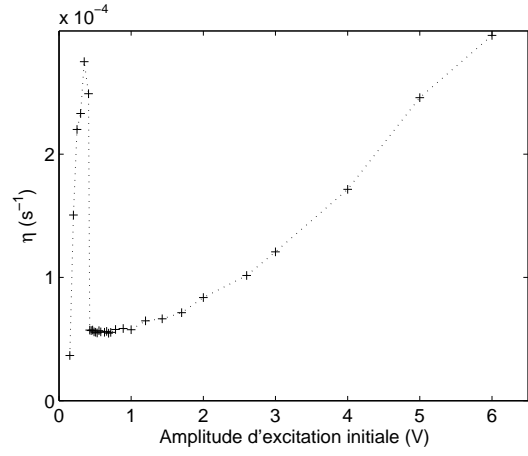
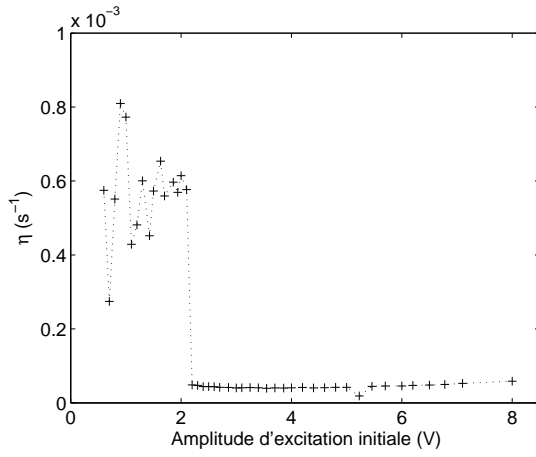
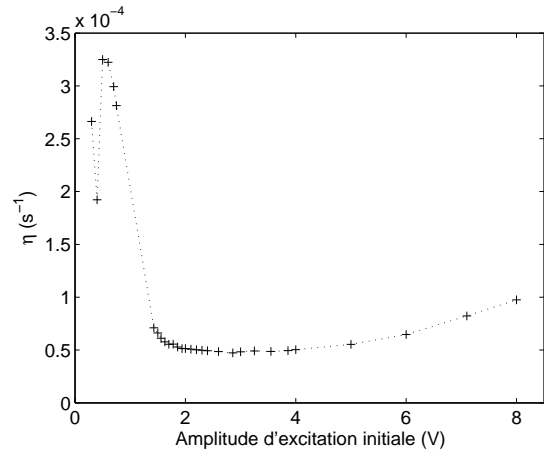
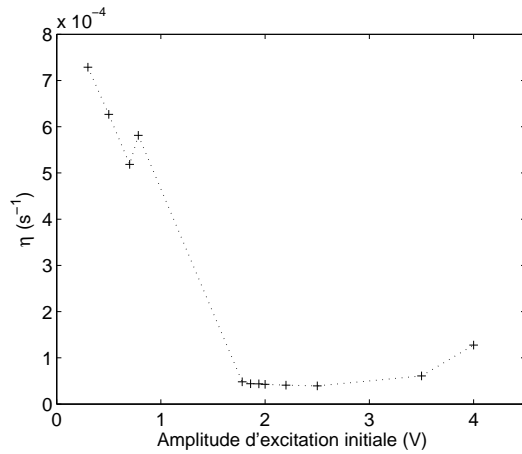
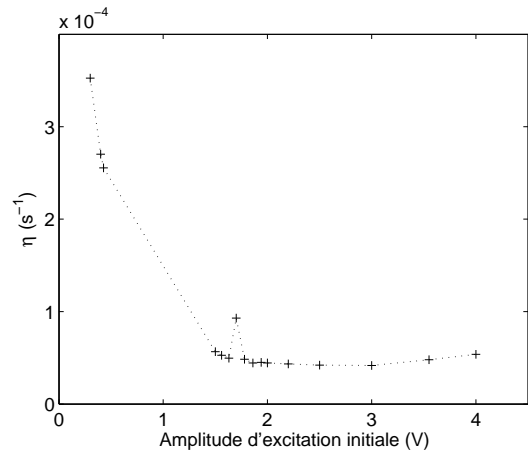
où  $t_0$  est l'instant de coupure de la source sinusoïdale initiale et  $t_f$  l'instant final de l'enregistrement.

Le calcul de  $\eta$  par cette formule a été réalisé pour les trois membranes a disposition, dans plusieurs configurations et à chaque fois pour de nombreuses amplitudes initiales d'excitation. Les figures B.4, B.5 et B.6 présentent ainsi les valeurs de  $\eta$  obtenues pour chaque configuration en fonction de l'amplitude initiale de l'excitation sinusoïdale.

On comprend à la vue de ces figures qu'il est alors difficile de conclure. En effet nous cherchions ce qui aurait été "la" valeur de  $\eta$  de chaque membrane. Or ici, la valeur de ce coefficient est très variable en fonction de la configuration et de l'énergie initiale. Nous pourrions choisir de prendre une valeur médiane, mais celle-ci serait quand même relativement éloignée de la bonne valeur pour de nombreux cas. Les valeurs déterminées par simulations numériques seront donc conservées :  $\eta = 0.001$  pour  $h = 0.18$  mm,  $\eta = 0.00062$  pour  $h = 0.39$  et  $\eta = 0.00025$  pour  $h = 0.62$ . Elles permettent au moins de satisfaire le critère d'excellente corrélation entre simulations et mesures en temporel, quelque soit la configuration et l'amplitude d'excitation. En revanche, avec ces valeurs, la relation  $E_{dis\_tot}(t_0, t_f) = E_{tot}(t_0) - E_{tot}(t_f)$  n'est plus vérifiée.

(a)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 62$  Hz.(b)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 80$  Hz.(c)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 61$  Hz.(d)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 70$  Hz.FIG. B.4 – Valeurs de  $\eta$  pour la membrane d'épaisseur  $h = 0.18$  mm.

(a)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 62$  Hz.(b)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 77$  Hz.(c)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 61$  Hz.(d)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 73$  Hz.(e)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 81$  Hz.FIG. B.5 – Valeurs de  $\eta$  pour la membrane d'épaisseur  $h = 0.39$  mm.

(a)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 59$  Hz.(b)  $R = 2$  cm,  $f_1 = 74$  Hz.(c)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 57$  Hz.(d)  $R = 3$  cm,  $f_1 = 77$  Hz.(e)  $R = 4$  cm,  $f_1 = 66$  Hz.(f)  $R = 4$  cm,  $f_1 = 77$  Hz.FIG. B.6 – Valeurs de  $\eta$  pour la membrane d'épaisseur  $h = 0.62$  mm.

## Conclusion

Dans cette annexe, deux techniques de calcul du coefficient d'amortissement  $\eta$  de la membrane sont présentées. Aucune d'entre elles ne s'avère finalement véritablement concluante, si bien que les valeurs de  $\eta$  qui ont été utilisées sont celles qui ont été déterminées "à la main" par simulations numériques successives jusqu'à obtenir la meilleure corrélation possible avec l'expérience. En fait c'est surtout la loi de dissipation du modèle qui n'est pas la loi réelle du dispositif expérimental. Ainsi il est en pratique impossible de trouver une valeur de  $\eta$  qui satisfasse tous les critères à la fois (valeur du seuil de pompage, simulations temporelles qui suivent parfaitement les mesures, accord entre énergies dissipées et énergies mécaniques initiales). Un choix a donc été fait, celui de l'accord entre simulations et mesures en temporel, ce qui a malgré tout permis d'obtenir une unique valeur de  $\eta$  par membrane, ne dépendant donc ni de la configuration du dispositif, ni de l'amplitude de l'excitation.

# Table des figures

1.1	<i>Schéma du premier système couplé avec deux oscillateurs linéaires non accordés.</i>	10
1.2	<i>Simulation du système d'équations 1.1 après impulsion.</i>	10
1.3	<i>Simulation du système d'équations 1.2 après impulsion.</i>	11
1.4	<i>Schéma du système couplé avec deux oscillateurs linéaires accordés et amortis.</i>	12
1.5	<i>Simulation du système d'équations 1.3 après impulsion.</i>	12
1.6	<i>Schéma d'un oscillateur masse-ressort linéaire.</i>	13
1.7	<i>Caractéristique de l'oscillateur linéaire.</i>	13
1.8	<i>Schéma d'un oscillateur masse-ressort non linéaire.</i>	13
1.9	<i>Caractéristique de l'oscillateur non linéaire.</i>	13
1.10	<i>Superposition des caractéristiques des oscillateurs linéaire et non linéaire.</i>	14
1.11	<i>Schéma du système couplé avec un oscillateur linéaire et un oscillateur non linéaire.</i>	14
1.12	<i>Simulation du système d'équations 1.4 après impulsion.</i>	15
2.1	Suspension d'essieu à ressort à lames avec dissipation par frottement sec entre les lames.	18
2.2	Schéma de couche visco-élastique collée à une plaque afin d'absorber ses vibrations. A gauche : couche visco-élastique non contrainte. A droite : couche visco-élastique contrainte.	19
2.3	Schéma d'un amortisseur télescopique à dissipation visqueuse.	19
2.4	Exemples d'absorbeurs dynamiques utilisés dans le génie civil et l'automobile.	20
2.5	Photographies du premier montage expérimental réalisé sur le sujet du pompage énergétique.	22
2.6	Photographies de montages expérimentaux traitant de l'application du pompage énergétique au génie civil anti-sismique.	23
2.7	Photographie, tirée de [26], du montage expérimental traitant de l'application du pompage énergétique au contrôle des instabilités aéro-élastiques d'une aile d'avion.	23
2.8	Schéma de principe du résonateur de Helmholtz.	24
3.1	Schémas de la membrane.	28
3.2	Courbes expérimentales contrainte/déformation pour les trois membranes.	31
3.3	Schéma de principe du support de membrane. Gris foncé : support supérieur. Gris clair : support inférieur. Vert foncé : mors supérieur. Vert clair : mors inférieur. Bleu foncé : bague supérieure. Bleu clair : bague inférieure.	32
3.4	Photographie du montage expérimental de caractérisation de la raideur des membranes.	33
3.5	Photographies d'une membrane avec (à droite) et sans pression (à gauche) dans la cavité.	33

3.6	Caractéristiques expérimentales pression/déplacement de deux membranes circulaires élastiques différentes plus ou moins tendues. . . . .	34
4.1	Schéma de principe du montage expérimental. . . . .	38
4.2	Schéma et photographie du montage expérimental. . . . .	39
4.3	Schéma de l'analogie mécanique représentant l'oscillateur primaire. . . . .	41
4.4	Modes non linéaires du système - Amplitudes de déplacement en fonction de la fréquence. . . . .	44
4.5	Modes non linéaires du système dans le diagramme énergie-fréquence. . . . .	44
5.1	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 1 : $L = 2$ m, $R = 2$ cm, $h = 0.18$ mm, $f_1 = 62$ Hz. Différents régimes observés sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant). Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude $\mathcal{A}$ (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube $p$ (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane $\dot{q}_m$ (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane $q_m$ (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube $u_a$ (mm). . . . .	53
5.2	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 1 : $L = 2$ m, $R = 2$ cm, $h = 0.18$ mm, $f_1 = 62$ Hz. Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale. . . . .	54
5.3	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 1 : $L = 2$ m, $R = 2$ cm, $h = 0.18$ mm, $f_1 = 62$ Hz. Niveaux d'énergie des régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système. . . . .	55
5.4	<i>Résultats numériques.</i> Simulations numériques des différents régimes sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant) pour la configuration 1. Signal du haut : pression acoustique au milieu du tube $p$ (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane $\dot{q}_m$ (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane $q_m$ (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube $u_a$ (mm). . . . .	58
5.5	<i>Résultats numériques.</i> Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale avec un modèle calé sur la configuration 1. . . . .	59
5.6	<i>Résultats numériques.</i> Niveaux d'énergie des régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système avec un modèle calé sur la configuration 1. . . . .	59
5.7	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 2 : $L = 2$ m, $R = 3$ cm, $h = 0.39$ mm, $f_1 = 73$ Hz. Différents régimes observés sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant). Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude $\mathcal{A}$ (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube $p$ (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane $\dot{q}_m$ (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane $q_m$ (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube $u_a$ (mm). . . . .	63
5.8	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 2 : $L = 2$ m, $R = 3$ cm, $h = 0.39$ mm, $f_1 = 73$ Hz. Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale. . . . .	63

5.9	<i>Résultats expérimentaux.</i> Configuration 2 : $L = 2$ m, $R = 3$ cm, $h = 0.39$ mm, $f_1 = 73$ Hz. Niveaux d'énergie des régimes mesurés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système. . . . .	64
5.10	<i>Résultats numériques.</i> Simulations numériques des différents régimes sous excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du tube de différentes amplitudes (ordre croissant) pour la configuration 2. Signal du haut : pression acoustique au milieu du tube $p$ (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane $\dot{q}_m$ (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane $q_m$ (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube $u_a$ (mm). . . . .	66
5.11	<i>Résultats numériques.</i> Amplitudes maximales des déplacements de l'air en bout de tube et du centre de la membrane pour tous les régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale avec un modèle calé sur la configuration 2. . . . .	67
5.12	<i>Résultats numériques.</i> Niveaux d'énergie des régimes simulés lors d'un balayage en amplitude de l'excitation sinusoïdale et modes non linéaires du système avec un modèle calé sur la configuration 2. . . . .	67
5.13	<i>Résultats expérimentaux.</i> Oscillations libres du système après différentes conditions initiales. Configuration : $L = 2$ m, $h = 0.62$ mm, $R = 30$ mm, $f_1 = 57$ Hz. Signal du haut : signal d'entrée du haut-parleur d'amplitude $A$ (V). Signal du milieu : pression acoustique au milieu du tube $p$ (Pa). Signal du bas : vitesse du centre de la membrane $\dot{q}_m$ (m/s). Diagramme de droite : déplacement du centre de la membrane $q_m$ (mm) en fonction du déplacement de l'air en bout de tube $u_a$ (mm). . . . .	75
5.14	<i>Résultats expérimentaux.</i> Enveloppes positives des signaux de pression acoustique dans le tube et de vitesse de membrane pour différentes conditions initiales. . . .	76
5.15	<i>Résultats expérimentaux.</i> Evolution de l'énergie dans le tube et dans la membrane et pourcentage d'énergie contenu dans chacun de ces éléments au cours du temps pour quatre conditions initiales différentes. . . . .	78
5.16	<i>Résultats expérimentaux.</i> Diagrammes temps-fréquence des signaux d'oscillations libres pour quatre conditions initiales différentes. . . . .	79
5.17	<i>Résultats expérimentaux.</i> Diagrammes fréquence-énergie des signaux de pression et de vitesse pour quatre conditions initiales différentes et modes non linéaires du système. . . . .	81
5.18	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration : $\mathcal{A} = 1.0$ V, $A_{cc} = 12.5$ m.s <sup>-2</sup> , $h = 0.39$ mm, $R = 2$ cm, $f_1 = 77$ Hz. . . . .	82
5.19	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration : $\mathcal{A} = 4.0$ V, $A_{cc} = 12.5$ m.s <sup>-2</sup> , $h = 0.62$ mm, $R = 3$ cm, $f_1 = 57$ Hz. . . . .	82
5.20	<i>Résultats expérimentaux.</i> Pourcentage de dissipation dans la membrane et dans le tube pour la configuration : $h = 0.62$ mm, $R = 3$ cm, $f_1 = 57$ Hz. . . . .	83
5.21	<i>Résultats expérimentaux.</i> Comportement fréquentiel du montage dans la configuration de membrane : $h = 0.18$ mm, $R = 3$ cm, $f_1 = 47$ Hz. En haut, réponses fréquentielles (mesures au milieu du tube divisées par l'entrée) pour différents niveaux d'entrée. En bas à gauche, surface du niveau sonore (mesures au milieu du tube non divisées par l'entrée) en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. En bas à droite, courbe de crête de la surface précédente (courbe reliant les maxima de chaque réponse en fréquence). . . . .	87



5.22	<i>Résultats expérimentaux.</i> Comportement fréquentiel du montage dans la configuration de membrane : $h = 0.18$ mm, $R = 4$ cm, $f_1 = 45$ Hz. En haut, réponses fréquentielles (mesures au milieu du tube divisées par l'entrée) pour différents niveaux d'entrée. En bas à gauche, surface du niveau sonore (mesures au milieu du tube non divisées par l'entrée) en fonction du niveau d'entrée et de la fréquence. En bas à droite, courbe de crête de la surface précédente (courbe reliant les maxima de chaque réponse en fréquence). . . . .	88
5.23	<i>Résultats numériques.</i> Simulation du comportement fréquentiel du système pour la configuration de la figure 5.21 et mise en forme des résultats du même type : réponses fréquentielles, surface des niveaux sonores et courbe de crête. . . . .	89
5.24	<i>Résultats numériques.</i> Simulation du comportement fréquentiel du système pour la configuration de la figure 5.22 et mise en forme des résultats du même type : réponses fréquentielles, surface des niveaux sonores et courbe de crête. . . . .	90
6.1	<i>Résultats expérimentaux.</i> Influence du rayon de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. . . . .	92
6.2	<i>Résultats numériques.</i> Influence du rayon de la membrane sur les réponses fréquentielles du système pour deux exemples de configuration. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée. . . . .	93
6.3	<i>Résultats numériques.</i> Influence de l'épaisseur de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. . . . .	94
6.4	<i>Résultats numériques.</i> Influence de l'épaisseur de la membrane sur les réponses fréquentielles du système pour deux exemples de configuration. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée. . . . .	94
6.5	<i>Résultats numériques.</i> Influence de l'amortissement de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. . . . .	95
6.6	<i>Résultats numériques.</i> Influence de l'amortissement de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. Représentation sous la forme d'enveloppes positives des signaux temporels. . . . .	95
6.7	<i>Résultats numériques.</i> Influence de l'amortissement de la membrane sur les réponses fréquentielles du système. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée. . . . .	96
6.8	<i>Résultats expérimentaux.</i> Influence de la tension de la membrane sur les oscillations libres du système et sur la pente de la décroissance du signal de pression. . . . .	97
6.9	<i>Résultats numériques.</i> Influence de la tension de la membrane sur les réponses fréquentielles du système. Représentation sous la forme de la courbe de crête de la surface des niveaux sonores : niveau sonore maximal en fonction de l'amplitude d'entrée. . . . .	98
6.10	<i>Résultats expérimentaux.</i> Comparaison des comportements fréquentsiels de type absorbeur linéaire ou non linéaire qu'a la membrane si elle est accordée ou non au système primaire en jouant sur sa tension. . . . .	98
6.11	<i>Résultats expérimentaux.</i> Oscillations libres du système pour une certaine configuration fixe de membrane associée à trois tubes de longueurs, et donc de fréquences de résonance, différentes. . . . .	100

6.12	<i>Résultats numériques.</i> Réponses fréquentielles du système pour une certaine configuration fixe de membrane associée à trois tubes de longueurs, et donc de fréquence de résonance, différentes. Sont représentées dans chaque cas une réponse à faible niveau d'entrée et une autre pour un niveau supérieur permettant l'observation du pompage et de l'écrêtage du pic de résonance. . . . .	101
7.1	Photographie du dispositif expérimental à deux membranes. . . . .	104
7.2	<i>Résultats expérimentaux.</i> Oscillations forcées du système sous excitation sinusoïdale de différentes amplitudes et de fréquence constante (89 Hz). De haut en bas : signal sinusoïdal d'entrée, pression au milieu du tube, déplacement du centre de la première membrane ( $h_1 = 0.18$ mm, $R_1 = 2$ cm, $f_{11} = 59$ Hz), déplacement du centre de la seconde membrane ( $h_2 = 0.39$ mm, $R_2 = 3$ cm, $f_{12} = 47$ Hz). . . . .	108
7.3	<i>Résultats expérimentaux.</i> Oscillations libres du système après différentes conditions initiales. De haut en bas : signal d'entrée, pression au milieu du tube, déplacement du centre de la première membrane, déplacement du centre de la seconde membrane. . . . .	111
7.4	<i>Résultats expérimentaux.</i> Enveloppes positives des signaux de pression lors d'oscillations libres du système après différentes conditions initiales afin d'observer et de comparer les pentes de décroissance. . . . .	111
7.5	<i>Résultats expérimentaux.</i> Réponses en fréquence du milieu acoustique couplé aux deux membranes pour différentes amplitudes d'entrée. . . . .	113
7.6	<i>Résultats expérimentaux.</i> Surface des niveaux sonores au milieu du tube en fonction de l'amplitude d'entrée et de la fréquence mettant en évidence les deux zones de pompage correspondant à chacune des deux membranes. . . . .	113
7.7	<i>Résultats numériques.</i> Réponses fréquentielles avec un système à quatre membranes pour neuf niveaux d'entrée différents. . . . .	114
8.1	Schéma de la cavité acoustique et de la membrane. . . . .	118
8.2	Modes non linéaires du système dans le diagramme énergie-fréquence. . . . .	120
8.3	<i>Résultats numériques.</i> Simulations du comportement temporel du système pour trois amplitudes d'entrée différentes. . . . .	121
8.4	Images du modèle numérique sous ABAQUS de notre dispositif expérimental. . . . .	122
8.5	Simulation numérique du pompage énergétique sous ABAQUS avec un faible amortissement de membrane. . . . .	123
8.6	Simulation numérique du pompage énergétique sous ABAQUS avec un fort amortissement de membrane. . . . .	124
8.7	Vues du premier mode de résonance du milieu acoustique. . . . .	124
8.8	Vues de la pression dans la boîte de couplage et en bout de tube à différents instants. . . . .	125
9.1	(art antérieur) illustration schématique du circuit d'admission d'air d'un moteur thermique. . . . .	134
9.2	Vue schématique, en coupe, d'un mode de réalisation de l'invention. . . . .	134
9.3	Vue schématique, en perspective du mode de réalisation de la figure 9.2. . . . .	135
9.4	Mesures du niveau sonore pour l'harmonique 2 dans le tube source à 16 et 6 cm de la boîte FAA en fonction du régime moteur. . . . .	137
9.5	Réponse en fréquence du montage mesurée dans le tube source à 10cm de la boîte filtre à air. . . . .	138
9.6	Schéma du montage expérimental. . . . .	139

9.7	Photos de la fenêtre ouverte entre les deux chambres anéchoïques. . . . .	139
9.8	Photos de la cloison isolante permettant de mesurer le bruit de bouche dans la petite chambre anéchoïque. . . . .	140
9.9	Photos du montage expérimental. . . . .	141
9.10	Réponses fréquentielles normalisées obtenues avec une source en bruit blanc de faible amplitude afin de repérer la fréquence de résonance de la membrane caractéristique de sa tension. Les courbes bleues sont les réponses provenant du micro placé à l'extrémité du col et les courbes vertes sont les réponses provenant du capteur de déplacement de la membrane. Le pic supplémentaire à chaque fois présent sur les courbes vertes représente le pic de résonance de la membrane directement lié à sa tension. . . . .	145
9.11	Réponses en fréquence pour huit configurations de membrane différentes. Mesures réalisées avec une source en sinus glissant à amplitude constante. Pour chaque configuration, plusieurs réponses sont présentées, correspondant à différentes amplitudes d'entrée. Les courbes "référence" sont obtenues avec une très faible amplitude d'entrée, elles représentent la réponse en fréquence du système linéaire primaire sans membrane. . . . .	148
9.12	Deux exemples de régimes quasipériodiques. . . . .	149
9.13	Contenu fréquentiel de quatre exemples de paires de signaux mesurés en bout de col. Pour chaque exemple, le signal de gauche correspond à une faible amplitude d'entrée pour laquelle la membrane n'est pas activée et le signal de droite correspond à une forte amplitude d'entrée pour laquelle la membrane est activée. Pour chaque signal, sa FFT est donnée en-dessous de son évolution temporelle. . . . .	151
A.1	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 1 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	158
A.2	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 2 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	159
A.3	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 3 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	160
A.4	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 4 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	161
A.5	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 5 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	162
A.6	<i>Résultats numériques et expérimentaux.</i> Comparaisons entre simulations et mesures d'oscillations libres du système pour la configuration 6 et pour différentes amplitudes d'excitation initiale. . . . .	163
B.1	Schéma du montage expérimental utilisé pour l'identification du coefficient d'amortissement de la membrane . . . . .	165
B.2	Surface expérimentale du déplacement en fonction de la fréquence et de la pression. . . . .	167
B.3	Surface expérimentale du déplacement en fonction de la fréquence et de la pression issue de l'identification et du modèle. . . . .	167

B.4	Valeurs de $\eta$ pour la membrane d'épaisseur $h = 0.18$ mm. . . . .	169
B.5	Valeurs de $\eta$ pour la membrane d'épaisseur $h = 0.39$ mm. . . . .	170
B.6	Valeurs de $\eta$ pour la membrane d'épaisseur $h = 0.62$ mm. . . . .	171



# Bibliographie

- [1] N.A. Alexander and F. Schilder. Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper. *Journal of Sound and Vibration*, 319 :445–462, 2009.
- [2] R. Bellet, B. Cochelin, P. Herzog, and P.-O. Mattei. Experimental study of targeted energy transfer from an acoustic system to a nonlinear membrane absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 329 :2768–2791, 2010.
- [3] B. Cochelin, P. Herzog, and P.-O. Mattei. Experimental evidence of energy pumping in acoustics. *C. R. Mecanique*, 2006.
- [4] J.P. Den Hartog. Mechanical vibrations. *McGraw-Hill, New York*, pages 87–106, 1934.
- [5] H. Frahm. A device for damped vibrations of bodies.
- [6] W. Fromhold, H.V. Fuchs, and S. Sheng. Acoustic performance of membrane absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 170(5) :621–636, 1994.
- [7] G. Gatti, I. Kovacic, and M.J. Brennan. On the response of a harmonically excited two degree-of-freedom system consisting of a linear and a nonlinear quasi-zero stiffness oscillator. *Journal of Sound and Vibration*, 329 :1823–1835, 2010.
- [8] O.V. Gendelman. Targeted energy transfer in systems with non-polynomial nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration*, 315 :732–745, 2008.
- [9] O.V. Gendelman, D.V. Gorlov, L.I. Manevitch, and A.I. Musienko. Dynamics of coupled linear and essentially nonlinear oscillators with substantially different masses. *Journal of Sound and Vibration*, 286 :1–19, 2005.
- [10] O.V. Gendelman, E. Gourdon, and C.H. Lamarque. Quasiperiodic energy pumping in coupled oscillators under periodic forcing. *Journal of Sound and Vibration*, 294 :651–662, 2006.
- [11] O.V. Gendelman and C.H. Lamarque. Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium. *Chaos, Solitons and Fractals*, 24 :501–509, 2005.
- [12] O.V. Gendelman, L.I. Manevitch, A.F. Vakakis, and R. M’Closkey. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part I - Dynamics of the underlying hamiltonian systems. *Journal of Applied Mechanics*, 68 :34–41, 2001.
- [13] O.V. Gendelman and A.F. Vakakis. Transitions from localization to nonlocalization in strongly nonlinear damped oscillators. *Chaos, Solitons and Fractals*, 11 :1535–1542, 2000.
- [14] F. Georgiades and A.F. Vakakis. Dynamics of a linear beam with an attached local nonlinear energy sink. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 12 :643–651, 2007.

- [15] F. Georgiades and A.F. Vakakis. Passive targeted energy transfers and strong modal interactions in the dynamics of a thin plate with strongly nonlinear attachments. *International Journal of Solids and Structures*, 46 :2330–2353, 2009.
- [16] F. Georgiades, A.F. Vakakis, and G. Kerschen. Broadband passive targeted energy pumping from a linear dispersive rod to a lightweight essentially non-linear end attachment. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42 :773–788, 2007.
- [17] E. Gourdon, N.A. Alexander, C.A. Taylor, C.H. Lamarque, and S. Pernot. Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 300 :522–551, 2007.
- [18] E. Gourdon and C.H. Lamarque. Energy pumping for a larger span of energy. *Journal of Sound and Vibration*, 285 :711–720, 2005.
- [19] X. Jiang and A.F. Vakakis. Dual mode vibration isolation based on non-linear mode localization. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 37 :837–850, 2003.
- [20] G. Kerschen, O.V. Gendelman, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, and D.M. McFarland. Impulsive periodic and quasi-periodic orbits of coupled oscillators with essential stiffness non-linearity. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13 :959–978, 2008.
- [21] G. Kerschen, J.J. Kowtko, D.M. McFarland, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Theoretical and experimental study of multimodal targeted energy transfer in a system of coupled oscillators. *Nonlinear Dynamics*, 47 :285–309, 2007.
- [22] G. Kerschen, Y.S. Lee, A.F. Vakakis, D.M. McFarland, and L.A. Bergman. Irreversible passive energy transfer in coupled oscillators with essential nonlinearity. *Journal of Applied Mathematics*, 66 :648–679, 2006.
- [23] G. Kerschen, D.M. McFarland, J.J. Kowtko, Y.S. Lee, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Experimental demonstration of transient resonance capture in a system of two coupled oscillators with essential stiffness nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration*, 299 :822–838, 2007.
- [24] G. Kerschen, M. Peeters, J.C. Golinval, and A.F. Vakakis. Nonlinear normal modes, part I : A useful framework for the structural dynamicist. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(1) :170–194, 2009.
- [25] G. Kerschen, A.F. Vakakis, Y.S. Lee, D.M. McFarland, J.J. Kowtko, and L.A. Bergman. Energy transfers in a system of two coupled oscillators with essential nonlinearity : 1 :1 resonance manifold and transient bridging orbits. *Nonlinear Dynamics*, 42 :283–303, 2005.
- [26] Y.S. Lee, G. Kerschen, D.M. McFarland, W.J. Hill, C. Nickawde, T.W. Strganac, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Suppression of aeroelastic instability by means of broadband TET : Part II, experiments. *AIAA Journal*, 45 :2391–2400, 2007.
- [27] Y.S. Lee, G. Kerschen, A.F. Vakakis, P. Panagopoulos, L.A. Bergman, and D.M. McFarland. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment. *Physica D*, 204 :41–69, 2005.
- [28] Y.S. Lee, F. Nucera, A.F. Vakakis, D.M. McFarland, and L.A. Bergman. Periodic orbits, damped transitions and targeted energy transfers in oscillators with vibro-impact attachments. *Physica D*, 238 :1868–1896, 2009.
- [29] Y.S. Lee, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, D.M. McFarland, and G. Kerschen. Suppression of aeroelastic instabilities by means of targeted energy transfers : Part I, theory. *AIAA Journal*, 45(3) :693–711, 2007.

- [30] Y.S. Lee, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, D.M. McFarland, and G. Kerschen. Enhancing robustness of aeroelastic instability suppression using MDOF energy sinks. *AIAA Journal*, 46(6) :1371–1394, 2008.
- [31] Y.S. Lee, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, F. Nuceraa, P. Panagopoulos, and S. Tzakirtzis. Passive nonlinear TET and its applications to vibration absorption : a review. *Journal of Multi-Body Dynamics (IMechE - Part K)*, 222 :77–134, 2008.
- [32] A. Leissa. *Vibration of plates*. Acoustical Society of America, 1993.
- [33] X. Ma, A.F. Vakakis, and L.A. Bergman. Karhunen-loeve analysis and order reduction of the transient dynamics of linear coupled oscillators with strongly nonlinear end attachments. *Journal of Sound and Vibration*, 309 :569–587, 2008.
- [34] L.I. Manevitch, O.V. Gendelman, A.I. Musienko, A.F. Vakakis, and L.A. Bergman. Dynamic interaction of a semi-infinite linear chain of coupled oscillators with a strongly nonlinear end attachment. *Physica D*, 178 :1–18, 2003.
- [35] L.I. Manevitch, E. Gourdon, and C.H. Lamarque. Parameters optimization for energy pumping in strongly nonhomogeneous 2 dof system. *Chaos, Solitons and Fractals*, 31 :900–911, 2007.
- [36] P.O. Mattei. High-order perturbation expansion for the spectral analysis of fluid-loaded vibrating structure. *Acta Acustica*, 93 :305–313, 2006.
- [37] D.M. McFarland, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Experimental study of non-linear energy pumping occurring at a single fast frequency. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40 :891–899, 2005.
- [38] D.M. McFarland, G. Kerschen, J.J. Kowtko, Y.S. Lee, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Experimental investigation of targeted energy transfers in strongly and nonlinearly coupled oscillators. *Journal of the Acoustical Society of America*, 118 :791–799, 2005.
- [39] T.A. Nguyen. *Etude du comportement dynamique et optimisation d’absorbeurs nonlinéaires : théorie et expérience*. Thèse de l’Ecole Centrale de Lyon, 2010.
- [40] F. Nucera, F. Lo Iaconoa, D.M. McFarland, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame : Experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 313 :57–76, 2008.
- [41] F. Nucera, A.F. Vakakis, D.M. McFarland, L.A. Bergman, and G. Kerschen. Targeted energy transfers in vibro-impact oscillators for seismic mitigation. *Nonlinear Dynamics*, 50 :651–677, 2007.
- [42] J. Ormondroyd and J.P. Den Hartog. Theory of the dynamic vibration absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 50 :9–22, 1928.
- [43] P. Panagopoulos, F. Georgiades, S. Tsakirtzis, A.F. Vakakis, and L.A. Bergman. Multi-scaled analysis of the damped dynamics of an elastic rod with an essentially nonlinear end attachment. *International Journal of Solids and Structures*, 44 :6256–6278, 2007.
- [44] P. Panagopoulos, A.F. Vakakis, and S. Tsakirtzis. Multi-scaled analysis of the damped dynamics of an elastic rod with an essentially nonlinear end attachment. *International Journal of Solids and Structures*, 41 :6505–6528, 2004.
- [45] D.D. Quinn, O.V. Gendelman, G. Kerschen, T.P. Sapsis, L.A. Bergman, and A.F. Vakakis. Efficiency of targeted energy transfers in coupled nonlinear oscillators associated with 1 :1 resonance captures : Part I. *Journal of Sound and Vibration*, 311 :1228–1248, 2008.



- [46] S.E. Randall, D.M. Halsted, and D.L. Taylor. Optimum vibration absorbers for linear damped systems. *Journal of Mechanical Design*, 103 :908–913, 1981.
- [47] N.B. Roozen, M. Bockholts, P. van Eck, and A. Hirshberg. Vortex sound in bass-reflex ports of loudspeaker. part i. observation of response to harmonic excitation and remedial measure. *Journal of the Acoustical Society of America.*, 104(4) :1914–1918, 1998.
- [48] K. Sakagami, M. Kiyama, M. Morimoto, and D. Takahashi. Sound absorption of cavity-backed membrane : a step towards design method for membrane-type absorbers. *Applied Acoustics*, 49 :237–247, 1996.
- [49] K. Sakagami, M. Morimoto, and M. Yairi. A note on the relationship between the sound absorption by microperforated panels and panel/membrane-type absorbers. *Applied Acoustics*, 70 :1131–1136, 2009.
- [50] Y. Starosvetsky and O.V. Gendelman. Dynamics of a strongly nonlinear vibration absorber coupled to a harmonically excited two-degree-of-freedom system. *Journal of Sound and Vibration*, 312 :234–256, 2008.
- [51] Y. Starosvetsky and O.V. Gendelman. Response regimes of linear oscillator coupled to nonlinear energy sink with harmonic forcing and frequency detuning. *Journal of Sound and Vibration*, 315 :746–765, 2008.
- [52] Y. Starosvetsky and O.V. Gendelman. Strongly modulated response in forced 2DOF oscillatory system with essential mass and potential asymmetry. *Physica D*, 237 :1719–1733, 2008.
- [53] Y. Starosvetsky and O.V. Gendelman. Vibration absorption in systems with a nonlinear energy sink : Nonlinear damping. *Journal of Sound and Vibration*, 324 :916–939, 2009.
- [54] A.G. Thompson. Optimum tuning and damping of a dynamic vibration absorber applied to a force excited and damped primary system. *Journal of Sound and Vibration*, 77 :403–415, 1981.
- [55] S. Tsakirtzis, G. Kerschen, P.N. Panagopoulos, and A.F. Vakakis. Multi-frequency nonlinear energy transfer from linear oscillators to mdof essentially nonlinear attachments. *Journal of Sound and Vibration*, 285 :483–490, 2005.
- [56] S. Tsakirtzis, P. Panagopoulos, G. Kerschen, O.V. Gendelman, A.F. Vakakis, and L.A. Bergman. Complex dynamics and targeted energy transfer in linear oscillators coupled to multi-degree-of-freedom essentially nonlinear attachments. *Nonlinear Dynamics*, 48 :285–318, 2007.
- [57] S. Tsakirtzis, A.F. Vakakis, and P. Panagopoulos. Broadband energy exchanges between a dissipative elastic rod and a multi-degree-of-freedom dissipative essentially non-linear attachment. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42 :36–57, 2007.
- [58] A.F. Vakakis. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 123 :332, 2001.
- [59] A.F. Vakakis and O.V. Gendelman. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part II - Resonance capture. *Journal of Applied Mechanics*, 68 :42–48, 2001.
- [60] A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, and Y.S. Lee. *Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems*, volume 156 of *Solid mechanics and its applications*. Springer, 2008.
- [61] A.F. Vakakis, L.I. Manevitch, O.V. Gendelman, and L.A. Bergman. Dynamics of linear discrete systems connected to local, essentially non-linear attachments. *Journal of Sound and Vibration*, 264 :559–577, 2003.

- [62] A.F. Vakakis, L.I. Manevitch, A.I. Musienko, G. Kerschen, and L.A. Bergman. Transient dynamics of a dispersive elastic wave guide weakly coupled to an essentially nonlinear end attachment. *Wave Motion*, 41 :109–132, 2005.
- [63] A.F. Vakakis and R.H. Rand. Non-linear dynamics of a system of coupled oscillators with essential stiffness non-linearities. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39 :1079–1091, 2004.
- [64] J.-C. Valiere, F. Kerherve, and P. Herzog. Non-linéarités générées au niveau des événements d'enceintes (nonlinearities induced in loudspeaker ports). *6e Congrès Français d'Acoustique (French Conference of Acoustics)*,, paper 76 :1–5, 2002.
- [65] R. Viguié and G. Kerschen. Nonlinear vibration absorber coupled to a nonlinear primary system : A tuning methodology. *Journal of Sound and Vibration*, 326 :780–793, 2009.
- [66] R. Viguié and G. Kerschen. On the functional form of a nonlinear vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 2010 in press, rapid communication.
- [67] R. Viguié, G. Kerschen, J.-C. Golinval, D.M. McFarland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, and N. van de Wouw. Using passive nonlinear targeted energy transfer to stabilize drill-string systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23 :148–169, 2009.
- [68] S.J. Zhu, Y.F. Zheng, and Y.M. Fu. Analysis of non-linear dynamics of a two-degree-of-freedom vibration system with non-linear damping and non-linear spring. *Journal of Sound and Vibration*, 271 :15–24, 2004.





## Résumé

L'association d'un absorbeur non linéaire à un système primaire linéaire peut permettre d'observer le phénomène de pompage énergétique. Le travail de cette thèse a consisté à appliquer ce concept à l'acoustique, c'est-à-dire à travailler sur une nouvelle technique passive de réduction du bruit utilisant un absorbeur non linéaire. Cette technique serait efficace pour traiter les basses fréquences, là où les matériaux absorbants sont inopérants. Un montage expérimental académique a été développé en utilisant l'air à l'intérieur d'un tube en tant que milieu acoustique primaire, une fine membrane circulaire visco-élastique en tant qu'oscillateur à raideur essentiellement cubique et l'air contenu dans une boîte de grande taille pour assurer un couplage faible entre ces deux éléments. Un modèle de ce montage a également été élaboré afin de pouvoir procéder à des simulations.

En oscillations libres, le pompage énergétique se traduit par une rapide décroissance du niveau sonore dans le tube pendant que l'énergie initialement présente dans ce système primaire se localise entièrement sur la membrane puis se dissipe par viscosité dans celle-ci, sans retour possible vers le milieu acoustique. On parle ainsi de transfert énergétique ciblé ("targeted energy transfer") dans la littérature, terme devenu équivalent à celui de pompage énergétique ("energy pumping"). Ceci n'est cependant possible qu'à partir d'un certain seuil d'énergie initiale en dessous duquel la membrane n'exerce aucune action particulière. En fréquentiel, sous certaines conditions de niveau d'énergie, la membrane est capable de simplement écrêter le premier pic de résonance du milieu acoustique sans modifier la réponse initiale du système autour de celui-ci.

---

## Abstract

The combination of a nonlinear absorber with a linear primary system may allow to observe the energy pumping phenomenon. The work of this thesis was to apply this concept in acoustics, that is to say to work on a new technique of passive noise control using a nonlinear absorber. This technique would be effective for the low frequencies, where absorbing materials are ineffective. An experimental academic set-up has been developed using the air inside a tube as the primary acoustic system, a thin circular visco-elastic membrane with cubic stiffness as the nonlinear absorber and the air in a large box to ensure a weak coupling between these two elements. A model of this set-up has also been developed in order to conduct simulations.

In free vibrations, the energy pumping results in a rapid decrease of noise level in the tube while the energy, initially present in the primary system, is fully localized on the membrane and dissipated by viscosity in it without any return to the acoustic system. That's why we talk about targeted energy transfer in the literature, as well as energy pumping. But this is only possible above a certain energy threshold below which the membrane has no particular action. In the frequency domain, under certain energy level conditions, the membrane is able to simply clipping the first resonance peak of the acoustic system, without modifying its initial response around it.